SCIENTIA ECLIPSIUM

EX IMPERIO, ET COMMERCIO SINARUM ILLUSTRATA,

COMPLECTENS

INTEGRAS CONSTRUCTIONES ASTRONOMICAS

P. JACOBI PHILIPPI SIMONELLI,

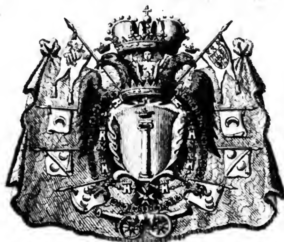
OBSERVATIONES SINICAS &c.

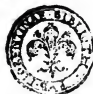
P. IGNATII KEGLER,

INVESTIGATIONES ORDINIS ECLIPSIUM

P. MELCHIORIS A BRIGA

SOC. JESU.





ROMÆ, Typis Antonii De Rubeis,
Et LUCÆ, Apud Salv. & Jo. Dom. Maresc. 1747.

CUM APPROBATIONE.

Digitized by Google

Digitized by Google



ILLUSTRISSIMIS . ET . EXCELLENTISSIMIS . DOMINIS

TRIBUS . UNANIMIS . FRATRIBUS

D. LAURENTIO. DUCI . PALIANI
D. MARCO . ANTONIO (*)
D. PETRO

C O L U M N Æ

EXCELLENTISSIMI . *D.* FABRITII

NEAPOLITANI . REGNI

COM. STABILIS &c.

FILIIS . NATU . MAJORIBUS

(*) Cum ſecunda Pars hujus Operis imprimeretur D. M. ANTONIUS poſt triduanas Diſputationes de Phyſico-Matheſi, de Theologia, de Jure Canonico cum plauſu publicè habitas in Quirinali Apoſtolico Palatio coram SS. D. N. BENEDICTO PAPA XIV, ſtatim ab eodem Doctor, & Præſul Sacri Apoſt. Palatii Præfectus creatus eſt.

Digitized by Google

CONSTANTI . AVORUM . SPLENDORE . CLARISSIMIS
VETÚSTISSIMAE (a) . AMPLISSIMAEQUE . GENTIS
NULLI . ROMANARUM . SECUNDAE
REGUM . PROGENIE . INCLYTAE (b)
SUPREMO . PONTIFICATU (c)
PERPETUIS . SACRAE . PURPURAE . INFULIS (d)
CLASSIUM (e) . EXERCITUUMQUE . PRAEFECTURA
ET . ALIIS . MAIORUM . DIGNITATIBUS
DOMI . MILITIAEQUE . PRAECLARE . GESTIS
FEUDORUM . MULTITUDINE . POSSESSARUM . ARCIUM . MUNITIONE
ETIAM . IN . PRIVATA . FORTUNA . INTER . NON . REGNANTES . ILLUSTRISSIMAE
DE . CHRISTIANA . REPUB. (f) . DE . LITERIS . DE . RELIGIONE (g)
OPTIME . MERITAE
SED . NON . MINUS . PROPRIA . VIRTUTE . CONSPICUIS
AB . IPSA . ADOLESCENTIA
PRAESERTIM . PER . SEX . FERME . ANNOS . IN . NOBILISSIMO
COLLEGIO . PTOLEMAEO
UBI . MULTIPLICI . EQUESTRIUM . ARTIUM . EXERCITIO
RHETORICAE . ET . LINGUARUM . CULTURA
ASSIDUO . SCIENTIARUM . STUDIO
PHILOSOPHIAE . MATHEM. . JURISPRUDENTIAE . THEOLOGIAE
NAVATA . EGREGIE . OPERA
MODESTIA . IN . SESE . COMITATE . IN . SOCIOS
EXIMIA . IN . DEUM . PIETATE
FLORENTISSIMAE . IUVENTUTI
CONTINUATA . AC . *STABILI* . *FIRMITATE* . PRAELUXERUNT
IN . IPSORUM . EX . EODEM . SENENSI . COLLEGIO . DISCESSU
ATQUE . IN . EGRESSU . E . SUO . THELOGICO . GYMNASIO
QUOD . PER . BIENNIUM . SIMUL . HONORARUNT
MELCHIOR . A . BRIGA . E . SOCIETATE . JESU

TRI-

Digitized by Google

TRIPLEX . OPUS

DE . SCIENTIA . ECLIPSIUM

COMMERCIO . SINARUM . ET . EUROPAE . ILLUSTRATA

AD . PUBLICAM . RARI . INTER . PRINCIPES . EXEMPLI (*b*),

AC . MERITORUM . CONTESTATIONEM

AD . PERENNEM . IN . BENE . COEPTIS . OPPIGNERATIONEM

AD . CONCILIANDUM . TRIBUS . AUCTORIBUS . IMMUTABILE . PRAESIDIUM (*c*)

OFFERT . DONAT . DEDICAT

A. D. (*k*) MDCCXLIV.

(*a*) Gentis Columnæ originem *Sammaruccius* ab Hercule deducit; alii a Trajano Imperatore; plures a Cajo Mario septies Consule *Jugurthino Cimbroque triumpho* illustri; alii aliunde. Vid. *Crescent.* Narrat. IX, c. 1. *Gamberti* Tract. Apol. parte I, pag. 68; sed præstat fateri Olympo similem, qui præ summa altitudine *caput inter nubila condit*.

(*b*) Brandeburgensem (nunc Regum *Borussiæ*) Familiam e Columnâ Gente descendere approbat Martinus V, apud *Petrum Ludweig* M. S. Diplom. Tom. V, & in Actis Eruditor. Lips. 1724.

(*c*) *Hadrianus* I, Pont. Max. consecratus V Idus Febr. an. DCCLXXII honorificentissimo apparatu excepit Romæ Carolum Magnum, a quo Sedi Apostolicæ Veteres Provinciarum donationes confirmatæ, novæ adjectæ excusso Longobardorum jugo, ut refert *Baronius* ad an. 774: sedit annos XXIII, menses 10, dies 14, vel 17. *Nobilis, & Magnâ genitus jam Gente* (ut legebatur in ejus Epitaphio, quod a Carolo Magno compositum testatur *Natalis Alexander* Hist. Eccl. Sæc. VIII, c. 7) quippe *Theodori Filius de regione Via Lata prope S. Marcum*, hoc est de Gente, quæ postea *Columna* dicta est. Illi haud impar *Martinus V*, Pont. Max., antea *Otho* Cardinal. de Columnâ electus in Generali Concilio Costantiensi (Vide *Spondadanum* ad an. 1417): sedit annos XIII, Menses 3, dies 10.

(*d*) S. R. E. Card. Cardinalium ejusdem Gentis imagines habes apud *Ughelli* Libro cui titulus: *Columnaensis Familiæ Nobilissimæ, &c.*

(*e*) In elogiis Ducum Illustrium inter eos, qui anno 1481 Hydruntum Turcis eripuerunt, laudatur *Fabricius Columna* sub Carolo VIII, Reg. Gall., ac deinde sub Ferdinando Rege Aragoniæ: *Stephanus Columna* sub Paulo III, Copiarum Sanctæ Ecclesiæ ductor, ac deinde Cæsarearum sub Carolo V Imperatore. *Marcus Antonius Columna* Pontificiæ Classis Præfectus in celebri ad Echinadas Insulas de Turcis victoriâ sub S. Pio V, relatâ: Romam reversus ejusdem Pontificis jussu, & Senatûs Consulto triumphavit, ac Statuam in Capitolio erectam habere meruit. Mitto *Joannem* Car-

dinalem *Columnam* Pontificiarum Copiarum pariter Ductorem sub Gregorio IX, aliosque Antiquiores.

(*f*) In literis inter Scholarum Principes recensetur *Ægidius Columna Doctor Fundatissimus vocatus, patriâ Romanus e splendidâ, & Illustri stirpe, Nobili quippe Columnensium Familia oriundus*, inquit *Cave* in Hist. Literar. ad an. 1296 (post *Bellarminum* de Scriptoribus Ecclesiasticis ad an. 1290) Professor Paris. Prior Generalis Ordinis Eremitarum S. Augustini Archiepiscopus Bituricensis, Primas Aquitaniæ inter S. R. E. Cardinales adscriptus, antea Discipulus S. Thomæ, quem egregio libello defendit: obiit Avenione 1316, XI Cal. Jan. ætatis 69; Deinde *Beati* titulo condecoratus, ut videre est apud *Philippum Bergomatem* in supplemento Chronologiæ an. 1296, *Joan. Ant. Bianchi* O. M. de Potestate Ecclesiasticâ Lib. I, §. XI, *Natal. Alexand.* Hist. Eccles. Sec. XIII, c. V, artic. 2, a quo cap. præcedente laudatur *Joannes Columna* Cardin., qui circa annum 1250, *nomen suum ab oblivione vindicavit libris decem, quos Mare Historiarum* inscripsit. De alio *Joanne Card. Columnâ*, ad quem sunt Petratchæ Literæ, vide *Ciacconium* ejusque continuat. ad ann. 1347. Franciscus autem Petrarcha in suâ triumphali pompâ, e Columnensium Principum Domo (ubi olim Constantini Magni Palatium extitisse fertur) ad Capitolium deductus, ibique Poëticâ laureâ coronatus est, de quo argumento *Hieronymus Squarciaf.*, & alii in ejus Vita. De *Ascanio* Cardinali *Columnâ* sui sæculi Mæcænate consule citatum *Ciacconium* ad an. 1585, pag. 183. Inter fœmines poëticâ laude celebres illustrior cæteris *Victoria Columna* Magni Ductoris Ferdinandi de Avalos Marchionis Piscariæ uxor, de qua *Hieronymus Vida* in Nice.

(*g*) In Religionis curâ supradictis adde *Joannem Cardinal. Columnam*, de quo *Hieronymus Henningus* in Italiæ Tabb. *Joannes Cardin. S. Praxedis Legatus Honorii III cum exercitu victor in Ægypto Columnam, ad quam Christus flagris cæsus erat Romam detulit: unde cognomen*. Confer *Ciacconium* ad ann. 1216, pag. 663. Adde profligatam hæresim Iconoclastarum in VII Synodo Œcumenicâ assensu *Hadriani I* convocatâ, missisque Legatis. Maximum quoque, & diuturnum Schisma per electionem *Martini V*, sublatum in Concilio Constantiensi, &c. Ex Fœminis sufficiat memorasse *Claram Mariam a Passione* Filiam *Philippi Columnæ*, Neptem Sororis S. Caroli Borromæi, Romæ Monial. Carmelit. Excalceat. Reginæ Cœli Fundatricem, in odore Sanctitatis mortuam an. 1675, de qua *Blasius a Purificatione* in ejus vitâ.

Hæc tria studia Militiæ, Literarum, ac Pietatis, veluti Charites in antiquis Gemmis talari habitu circa eumdem scapum sibi mutuò nexæ condecorant Christi Ecclesiam, quam *Columnam*, & *Firmamentum veritatis* vocavit Apostolus 1 ad Timoth. c. 3. Ita munienda Sacra Imperia conjunctis uno spiritu viribus Bellicæ Fortitudinis, Ingenii, & Religionis, quam conjunctionem apud Veteres Ægyptios significabant tres Columnæ super triangulari basi ante fores Templi constitutæ cum unicâ Sphinge superimpositâ, quales multiplici ordine vidit in Thebaide *Paulus Lucas*, Lib. cui titulus. *Voyage du Levant*.

(*h*) Ut enim præluxerat Exemplum Eminentiss. Patrui HIERONYMI S. R. E. Card. *Columnæ*, cujus imagine inter Purpuratos Principes suos olim Con-

Digitized by Google

Convictores relatâ ejusdem Ptolemaici Collegii Aula gloriatur; ita nunc tribus Majoribus Fratribus ab hoc Cœtu nondum omninò avulsis, destinantur ad succedendum alii Romanorum Principum Filii, ut similiter frondescant: *exemplo monstrante viam* (Manil. Lib. I.)

(i) *Sfortia Pallavicinus* S. R. E. Cardinal. editioni Carminum Ciampoli, auspiciis excellentiss. D. D. Columm. prodeunti præfixit Columnam opere analyptico cælatam cum Lemmate:

Per eternar le nobil' opre eretta.

(k) Oblatio quidem triplicis Operis facta est Senis per Autumnum anni MDCCXLIV; sed impressio (quamvis ad eam expediendam diversi artifices sint adhibiti) *absente Auctore*, non facile absolvetur ante annum MDCCXLVII expletum, postquam præcipuum Sinicarum Observationum Auctorem accepimus obiisse.

TESTIMONIA DE ASTRONOMIÆ UTILITATE VERÆ FIDEI PRÆCONIBUS IN SINIS.

I. „ Dilecto Filio *Ferdinando Verbiest*
„ Vicario Provinciali Sinensi Societatis Jesu.

„ INNOCENTIUS PP. XI.

„ Dilecte Fili Salutem, &c. Incredibilis prope argumentum „ lætitiæ attulerunt nobis literæ, quibus post devotas filia- „ lis tuæ erga Nos observantiæ significationes, duplex ex „ amplissimo isto Sinarum Regno munus ad Nos detulisti. „ Missale videlicet Romanum Sinensi idiomate conscriptum. „ & Imagines Astronomicas (a) Sinensi item more a te affa- „ brè delineatas ad conciliandum Catholicæ Fidei favorem „ Gentis in omni Disciplinâ liberaliter excultæ, & ad o- „ mnem virtutem mirificè propensæ. Jucundissimum verò „ præ cæteris fuit ex iisdem literis cognoscere, quàm Sa- „ pienter, atque opportunè profanarum Scientiarum usum „ in Sinensium Populorum, & ad Christianæ Fidei incre- „ mentum utilitatemque deflexeris, earum beneficio refel- „ lens falsas criminationes, & calumnias, quibus nonnulli „ in Christianum nomen invehebantur, viamque tibi ster- „ nens ad eum gratiæ locum apud Sinarum Regem ejusque „ consiliarios, ut solutus ipse gravibus molestiis, quas diu „ magno fortique animo pertulisti, Socios quoque tuos Mis-

„ sio-

(a) Sinicas Astronomicas Tabb. Magni Planisphærii Cœlestis vide in Bibliotch. Vaticanâ.

„ fionarios ab exilio revocaveris, & Religionem ipſam non
„ ſolùm priſtinæ libertati, dignitatique reſtitueris; ſed etiam
„ ad meliora in dies ſperanda provexeris. Nihil enim eſt,
„ quod, Dei adjutrice Gratiâ, ſperari non poſſit, te tuique
„ ſimilibus Viris apud Gentem iſtam Religionis cauſam a-
„ gentibus, &c.

Datum Romæ apud S. Petrum, &c. 3 Decemb. *1681*. Pontif. Noſtr. a. *6*.

Extat in Archivio Brevium ad Principes.

II. JEAN DOMINIQUE CASSINI *Aſtronomie Indienne Paris. 1689 ſub initium.*

„ J' ay crû, que les Miſſionaires a qui l'Aſtronomie donne
„ l'entrée chez les Grands, & chez les ſçavans par tout
„ l'Orient, pourrient tirer quelque avantage de ce tra-
„ vail, &c.

Inſeritur etiam tomo VIII (ex iis qui antecedunt annum 1699) Commentariorum Regiæ Scientiarum Academ. pag. 215, edit. Paris. 1730.

III. *In Præfatione Libri, cui titulus* Innocentia Victrix (*adverſus Ethnicorum & Mahomettanorum accuſationes*) juſſu R. P. ANTONII DE GOUVEA S. J. in Sinis V. Provincialis Sinico-Latinè expoſitâ, *primum caput, de quo accuſabantur Evangelii præcones, narratur fuiſſe de ignorantiâ Aſtronomiæ.* Ve-
„ rùm, *inquit Auctor*, pugnante pro ſuis illo, qui eſt Veri-
„ tas, Cœlum quidem, experimentaque Cœleſtia erroris &
„ ignorantiæ conviceiunt (*accuſatores Ethnicos, & Mahomet-*
„ *tanos*) . . . adeòut peritia ſingularis rei Aſtronomicæ . . .
„ eam denuò partem reſeraret Evangelio, quam cùm olim
„ aperuiſſet induſtria S. J.; Sinenſium deinde (*aliquot Eth-*
„ *nicorum*) Superbia, invidiaque Mahumettanorum occlu-
„ ſerat. Sed nunc demonſtratis Sole propemodùm clariùs
„ & horum, & illorum erroribus, emerſerat quodammo-
„ do velut ex Eclipſi ſuâ . . . Aſtronomia Europæa, &c.

Extat Latino-Sinicè in Biblioth. Coll. Senen. S. Vigilii edit. 1671 in Urbe Quàm-cheù metropol. Provinciæ Quàm-tum. Plura vide hic III Parte in Epiſtolâ ad Acad. Pekinenſem.

IN-

INDEX PRIMUS

Eorum, quæ hoc Volumine continentur.

M. a B. *Triplicis Operis Dedicatio*.

PARS I. ET II. E SINIS IN EUROPAM,

IN PARTE PRIMA.

R. P. Philippi Simonelli *in Sinarum Imperio tertiùm Visitatoris Tractatus de Geometricâ sive Optica Eclipsium Solis, Lunæ, & Siderum Constructione an.* 1738 *e Sinis ab Auctore ad M. a B. transmissus*.

SECUNDA PARS.

R. P. Ignatii Kegler S. J. *in Imperiali Acad. Pekinensi Astron. Præsidis, & Sociorum Sinicæ Observationes Eclipsium, variorumque Cælestium congressuum, &c. Europ. Observ. consensum adjecit M. a B.*

PARS III. ET IV. EX EUROPA IN SINAS.

TERTIÆ PARTI PRÆMITTITUR INDEX

Investigationum P. Melchioris a Briga S. J. *Theologi de Ordine Eclipsium.*

IN-

Digitized by Google

INDEX II.

TABULARUM ASTRONOMICARUM

TOTIUS VOLUMINIS.

IN

IN FINE III. INVESTIG. SIVE IV. PARTIS,

Nova Tabula Astronomica P. M. a B. *Pro Periodicâ Eclipsium Harmoniâ, & pro Sinicarum Observationum usu.*



SCIENTIÆ
ECLIPSIUM

Ex Imperio , & Commercio Sinarum illuſtratæ

PARS PRIMA

Geometricæ , atque Opticæ Conſtructionis Eclipſium a Recentioribus Aſtronomis excogitatæ

THEORIA ET PRAXIS

ABSOLUTA, EXPOSITA, DEMONSTRATA

A R. P. JACOBO PHILIPPO SIMONELLI

SOCIETATIS JESU

In Sinarum Imperio iterum Viſitatore .

ROMÆ , M DCC XLIV.

Ex Typographia Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani prope Rotundam .

SUPERIORUM PERMISSU.

Digitized by Google

PRO INTRODUCTIONE AD HANC PRIMAM PARTEM
VIDERE POTERIT BENEVOLUS LECTOR
IN TERTIA

CONCORDIAM DOCTRINÆ

DE ASTRONOMICA ECLIPSIUM CONSTRUCTIONE.

Digitized by Google

AUCTOR LECTORI.



Am Solis, quam Lunæ defectus, communiter *Eclipſes* dictos, in ipſis Luminaribus conſideraverunt veteres Aſtronomi: & quantum attinet ad Lunam, aptiſſimè; cum enim revera Luna ipſa Eclipſim patiatur, quum Terræ ſe inter ac Solem interpoſitæ umbram ſubit, luminis ſui, quod integrè à Sole habet, vel totum, vel partem amittit, cum maximè pleno nobis orbe fulgere deberet. Et hinc facili admodum etiam calculo omnia, quæ ad ejuſmodi Eclipſes pertinent, determinarunt, eâdemque etiam nunc methodo Recentiores utuntur. At quantum ad Solem, qui in ſe fons luminis, quod non aliunde mutuatur, corporis nullius obumbrationi eſt obnoxius, non licuit rem eadem facilitate, ac brevitate expedire. Solis enim defectus non Solis ſunt Eclipſes, ſed Terræ: nam hæc eſt, quæ tunc Lunæ inter ſe ac Solem interpoſitu, Solis aſpectu, ejuſque lumine in toto, vel parte privatur, eodem prorſus modo, quo Luna ex Terræ interpoſitione. At Luna a Sole longiſſimè diſtans, a Terra vero parum admodum reſpectivè ad diſtantiam a Sole, valdè diverſas, ſenſibileſque è diverſis Terræ locis ſpectata patitur à Sole Parallaxes. Hinc

Digitized by Google

veteres per Parallaxium ſupputationem Solis poſt Lunam occultationes ad calculum revocare coacti ſunt; quæ ſupputatio quam prolixa, moroſaque ſit, experti non ignorant. Primus (ut ait *P. Deſchales*) ejuſmodi defectus ut Terræ Eclipſes, quales verè ſunt, conſideravit *Keplerus*, eaſque, utpotè Lunaribus omninò ſimiles (excepto quòd Lunares in Plenilunio, quando aſpicienti Terram è Luna appareret conjunctio Terræ ac Solis; Terreſtres verò in Novilunio, cum ſimiliter è Luna appareret Terra pleno Orbe fulgens, contingunt), ſtatuto verò Novilunii veri momento, eodem omnino facillimo calculo, quo Lunares determinari poſſe detexit. At quia nobis in Terra poſitis ejuſmodi Terreſtris Eclipſis phaſes aſpicere in ipſa Terræ facie, ac obſervare non licet; nulli eſſet uſui Aſtronomiæ ejuſmodi Eclipſium calculus, niſi inde Solis poſt Lunam occultationis (quam tantùm datur nobis conſpicere) tempora, ac phaſes colligantur. An idem auctor rem hucuſque ſit perſequutus, ſcire non poſſum, cum ejus commentarios nunquam viderim. Saltem cenſeo in lucem id non protuliſſe, nam idem *Deſchales* Eclipſis Terreſtris calculum integrè exponens in ſuâ Aſtronomiâ de eruendis inde defectus Solaris phaſibus innuit nihil. Illud certum eſt ſaltem a Recentioribus rem hanc fuiſſe perfectam: quis autem is fuerit, & quis primus edicere non poſſum, cum nullibi legerim; imò nec ipſam methodum, præterquam leviter indicatam apud aliquos; nempè ajunt ſi fiat typus Eclipſis Terreſtris, & in eo convenientes apparentiæ locorum, penumbræ Lunaris &c. aptè determinentur, poſſe inde ſtatui defectûs Solaris occurrentis phaſes omnes: methodum autem typi delineandi, & inde propoſitum eruendi, integro, altoque premunt ſilentio. Ejus methodi meram praxim oretenus breviſſimè ante aliquot annos amicus vir mihi communicavit: & triennio poſt illius ſolidam quidem ac dilucidam, breviorem tamen expoſitionem, demonſtrationemque in Romano Collegio a ſe propoſitam ad me pro ſuâ humanitate tranſmiſit *Pater Horatius Burgundius* in Collegio eodem Matheſeos Profeſſor. Hac perlecta, animadverti rem dignam eſſe, cujus Theoria pleniùs exponeretur, ac praxis integra ad omnem, quoad poſſet, facilitatem, ſimulque accurationem redigeretur. Itaque

que

Digitized by Google

que curam hanc, cum primum, & quantum per alias majoris momenti occupationes licuit, in commune commodum suscepi. In progressu viam nonnihil a prælaudati Patris via diversam, tenui, quæ mihi planior visa est, ac minus imaginationem fatigans: addidi insuper omnia, quæ in hac re desiderari possent, ac peti. In omnibus tam geometricam, quam trigonometricam praxim profero, ubicumque utraque locum habet: quod ad claritatem, plenioremque intelligentiam Tyronibus confert plurimum: insuper mirum quantum ambæ invicem se juvent: ac tandem, ut integrum sit per alterutram rem conficere, si quando contingat non adesse in promptu necessaria ad alteram. Porro Elementa communia, quæ novæ hujus methodi peculiaria non sunt, nec hic requiras, sed ex communi Astronomia, in quâ Lectorem non peregrinum esse oportet, supponuntur. Iis præsuppositis, cætera fient, ut in sequentibus. Experimentum autem probabit, quàm facile, expeditè, ac tutò, præ methodo veterum, omnia ad Solares defectus spectantia, non pro uno tantum loco terrestri, sed pro omnibus omninò, calculari, atque edici possint hac via; imo & oculis ipsis subjici; idque etiam pro Lunæ Eclipsibus, ac siderum omnium sub Luna occultationibus. Utere ergo elucubratione hac qualicumque. Si quid in ea Eclipsium tenebris luminis affusum reperias, illum lauda, qui Pater est luminis, apud quem non est transmutatio, nec vicissitudinis obumbratio. Vale.

IM-

IMPRIMATUR;

Si videbitur Rm̃o P. Mag. Sacri Palatii Apoſtolici.

Ferdinandus M. de Rubeis Archiep. Tarſen. Viceſg.

JUſſu Reverendiſſimi Patris Aloyſii Nicolai Ridolphi S. P. A. Magiſtri vidi librum inſcriptum *Scientia Eclipſium R. P. Jacobi Philippi Simonelli Societatis Jeſu*, & quum nihil in illo ſit, quod ullo pacto Catholicæ Chriſtianæ Religioni, aut bonis moribus adverſetur, edi poſſe cenſeo.

Ex Collegio Clementino 18. Maji 1743.

D. Joan. Franciſcus Baldinus Cl. Reg. Congr. Somaſchæ.

LIbrum cui Titulus: *Scientia Eclipſium Auctore R. P. Jacobo Philippo Simonelli Soc. Jeſu*; mandante Reverendiſſimo Patre Aloyſio Nicolao Ridolfi Sac. Pal. Ap. Magiſtro, legi, atque in eo nihil, quod Fidei aut Morum Doctrinæ adverſetur animadverti. Dignum propterea cenſeo, qui in rei Aſtronomicæ commodum, atque utilitatem, publica luce donetur.

Ex Hoſpitio SS. Bonifacii & Alexii, Pridie Non. Junii 1743.

Didacus de Revillas Abbas Hieronym. Sac. Indicis Congreg. Conſ. & Publ. Math. Profeſs.

IMPRIMATUR.

Fr. Aloyſius Nicolaus Ridolfi Ord. Prædic. Sacri Palatii Apoſtolici Magiſter.

TRA-

Digitized by Google

TRACTATUS

DE GEOMETRICA SIVE OPTICA ECLIPSIUM SOLIS LUNÆ ET SIDERUM CONSTRUCTIONE.

PROPOSITIO I. THEOREMA I.

Segmentum Telluris centralibus radiis Solis illustratum est ad sensum hemisphærium, in cujus Polo vel axe semper Sol est, & hujus centrales radii ad ejus segmenti basim pro parallelis invicem, & ad eam basim perpendicularibus physicè haberi possunt.



Sto *S* centrum Solis, Terræ *S*, *ST* radius jungens centra, occurrens superficiei Telluris in *S*. Per *ST* esto planum secans Terram (1. & 6. 1. Theod.) in circulo maximo *DSE*, & aliud *BT* ad illud normale, cujus sectio cum Terrâ circulus maximus *DGE*, qui erit basis hemisphærii terrestris *DSE*, in cujus polo, seu axe *TS* est centrum Solis. Esto *DE* communis planorum sectio, quæ ad *ST* recta est. Sint *SA*, *SB* radii Solis centrales tangentes Terram in punctis *A*, & *B* circuli *DSE*. Clarum est rädiis centralibus ultra *SA*, *SB* Terram non attingi: ideoque *A*, & *B* esse limites centralis illuminationis. Jungantur *AB*, *TA*, *TB*. *Tab.I.Fig.*1.

Demonstratio. *SA*, *SB* (26.3. Euc.) sunt æquales, item *TA*, *TB* semidiametri Telluris, & *ST* communis est

utrique triangulo *SAT*, *SBT*: ergo (8.1. Eucl.) *AST* æqualis eſt *BST*, & *STA* ipſi *STB*, conſequenter eorum menſuræ *SA*, *SB* æquales ſunt. Sunt autem (18.3. Euc.) *SAT*, *SBT* recti: ergo (32. 1. Euc.) *STA*, *STB* ſinguli deficiunt a recto, & eorum menſuræ à quadrante quantitate Anguli *AST*, ſeu æqualis *BST*. Hi anguli ſunt Parallaxis Solis horizontalis, quæ juxta Ricciolium non excedit 30", juxta alios recentieres 15", aut 10". *Hirius* ponit tantùm "6: ergo *A* à *D*, & *B* ab *E* diſtant ad ſummum 30", hoc eſt $\frac{1}{10800}$ totius quadrantis, nempe ad ſummum 500. paſſibus geometricis, juxta Hirium tantùm 100. quam diſtantiam comparativè ad Telluris hemiſphærium patet non eſſe ſenſibilem. Segmentum ergo *ASB* phyſicè eſt ipſum hemiſphærium *DSE*, quod eſt primum.

II. Quia *SA*, *SB* æquales ſunt, & *SC* communis, & anguli intercepti *ASC*, *BSC* oſtenſi ſunt æquales, erit (4. 1. Eucl.) *AC* æqualis *BC*, & *SCA*, *SCB*, æquales, ideoque (13. 1. Eucl.) ambo recti: ergo *SAC*, *SBC*, ut priùs, deficiunt à rectis ad ſummum ſinguli 30", nempe inſenſibiliter. Radii ergo Solis centrales ſunt ad ſenſum recti ad baſim dicti hemiſphærii, conſequenter (6. 11. Eucl.) invicem paralleli ſunt ad ſenſum. Patet autem propter quadrantes *DS*, *ES*, *S* eſſe illius hemiſphærii polum, & *TS* axem, in quo ſemper eſt Sol, quod erat ſecundum, & tertium. Conſtat ergo totum Theorema. Quod erat demonſtrandum.

Corall. I. Quia oculo ſtatuto in *S* viſio fit per eoſdem radios *SA*, *ST* &c. ac Terræ globoſitas ad tantam diſtantiam non diſcernitur, ut non diſcernimus in Luna licèt incomparabiliter propiore; hinc Tellus ex *S* apparet diſcus planus *DIEG*, & per eum videtur pergere Lunæ umbra, vel penumbra, cum hæc in Terram incidit. Quarè ſi is Diſcus habeatur pro Tabellâ perſpectivâ, & in eo determinetur optica viæ Lunæ (hujus enim in plano ſemper eſt centrum dictæ penumbræ) apparentia,

& in

& in hac loca, in quibus hîc, & nunc Luna apparet, item penumbræ amplitudo, nec non ſitus opticus locorum terreſtrium in dicto hemiſphærio exiſtentium, cognoſci poterit quas regiones terreſtres, & quando umbra attingat, tegat, aut deſerat, quantum ſingulæ in umbram immergantur, uno verbo, omnes Eclipſis phaſes. Hæc omnia in ſequentibus præſtantur. Itaque cum dico *Diſcum Terræ*, aut abſolutè *Diſcum*, eam baſim intelligo.

Coroll. 2. Quia omnes circuli maximi Cæleſtes tranſeuntes per *S T* faciunt cum globo Terreſtri communes ſectiones [1. & 6. 1. Theod.] circulos maximos in eodem plano, & concentricos cum cæleſtibus; illi pro his ad metiendos angulos ad *T* ſubſtitui poſſunt.

Coroll. 3. Quia iidem circuli tranſeunt per *S* Hemiſphærii nempe per polum baſis *D I B G*, ſunt ad hanc perpendiculares [15. 1. Theod.] Hinc radii ex *S* Centro ſolis in ſingulorum perimetrum incidentes à propriis cujuſcumque planis non divergunt: cadunt ergo omnes in uniuſcujuſque cum Diſco Terræ communem ſectionem, hæc autem eſt Diſci, & circuli ſecantis diameter. Et cum circulorum apparentiæ in Diſco per eoſdem radios determinentur, ſinguli illi circuli in Diſco ſunt quique ſingulæ diametri. Itaque nomine talium circulorum in Diſco ejuſmodi diametros indico.

PROPOSITIO II. THEOR. II.

Circuli Longitudinis, & Aſcenſionis rectæ Solis in Diſco Terræ faciunt angulum æqualem complemento anguli Eclipticæ cum eodem circulo Aſcenſionis rectæ, tam Sphærici in Sphæra, quàm rectilinei in Diſco.

ESto Diſcus Terræ *A D B F*, ſuper quo hemiſphærium illuminatum *A S B*, cujus polus *S*, ubi Sol *Tab. I. Fig. 2.*

[hoc eſt cui perpendiculariter imminet in recta *T S* jungente centra Solis, ac Terræ]. *A S B* tranſiens per mundi polos, & *S* Solem, eſto circulus aſcenſionis rectæ Solis, *E S C* Ecliptica, & *L S O* circulus Longitudinis, qui ambo tranſeunt per centra Solis, ac Terræ, & hinc per *S*, conſequenter tam hi, quàm *A S B* [15. 1. Theod.] ad Diſcum Terræ recti ſunt; & in hoc [coroll. 3. præced.] erunt *AB* circulus Aſcenſionis rectæ, *E C* Ecliptica, *L O* circulus longitudinis. Agatur per *T* recta *FTD* normalis ad *A B*.

Demonſtratio. Tam Diſcus, quàm Ecliptica recti ſunt ad circulum Longitudinis [15. 1. Theod.] tranſeuntem per utriuſque Polos; quare illorum communis ſectio *C E* ad circulum *L S O*, & rectam *L O* [3. defin., & 19. prop. 11. Eucl.] recta eſt. Sunt ergo arcus *C O*, *O E* quadrantes. Sed etiam *F B*, *D B* facti ſunt quadrantes, ideoque prioribus æquales: ablato ergo communi *C B*, ſeu *D O*, remanent *O B*, *F C*, ſeu *E D*. æquales; conſequenter anguli *F T C*, *B T O*, *E T D* æquales. Eſt autem *F T C* complementum *C T B* acuti anguli Eclipticæ *C E* in Diſco, cum circulo Aſcenſionis rectæ *A B*, *D T E* complementum obtuſi *C T B*: conſtat ergo 2. pars Theor: Sed iidem arcus *E D*, *O B*, *F C* ſunt menſura angulorum ſphæricorum ſingulis inſiſtentium in polo *S* [coroll. poſt 21. 2. Theod.]. Conſtat ergo, & prior pars, ac Theorema totum. Quod erat &c.

Coroll. I. Quoniam Æquator rectus eſt ad omnem circulum Aſcenſionis rectæ, omnes enim per ejus polos tranſeunt, ex factâ demonſtratione conſtat communem ſectionem diſci cum Æquatore ſemper eſſe in *T* normalem ad *A B*: eſt ergo recta *F T D*.

II. Circulus quilibet Aſcenſionis rectæ Solis eſt unus è Meridianis, qui cùm in eo Sol eſt, ſucceſſivè eſt Meridianus, ſeu congruit cum Meridiano omnium locorum, quibus ſucceſſivè Sol meridiem facit. Hinc *A B* eſt meridiana, in qua poſito *B* pro plaga boreali, erit *A* auſtralis. Et quia propter motum diurnum Solis, hemi-

ſphæ-

ſphærium Telluris illuminatum, & conſequenter ejus baſis perpetuò mutatur, ità tamen, ut circulus Aſcenſionis rectæ Solis ſit ei baſi ſemper perpendicularis; hinc fit circulum *A S B* eſſe tanquam Meridianum, & *A B* Meridianam univerſales, cum Sole quidem mobiles, ac translatos ab ortu in occaſum, ſed in Diſco, qui hîc, & nunc eſt illuminatus eundem ſemper ſitum tenentes. Tamen ſpecialiter in conſtructione Eclipſium exhibet Meridianum locorum in quibus vera Syzygia fit in ipſo momento meridiei, ſi de novilunio; aut mediæ noctis, ſi de plenilunio res ſit. Ita pariter punctum *T* exhibet punctum quodvis terreſtre, cui Sol hic & nunc eſt verticalis, & ſpecialiter illud in quo vera Syzygia contingit in vertice.

III. Quia axis Æquatoris jacet in planis omnium Meridianorum, & axis Eclipticæ in planis omnium circulorum longitudinis; patet axem Æquatoris in Diſco apparere ſemper in recta *A B*, & Eclipticæ in *L O*. Hinc perinde eſt Circulorum Longitudinis, & Aſcenſionis rectæ, ac Æquatoris, & Eclipticæ axium angulum in Diſco Terræ exhibere.

IV. Sole in Solſtitiis verſante circulus Longitudinis, & Aſcenſionis rectæ eſt idem unus Colurus Solſtitiorum; ipſe enim per Solis centrum, & per polos tam Eclipticæ, quàm Æquatoris incedit. Cùm ergo is Colurus ſit conſequenter rectus ad Eclipticam; angulus Eclipticæ cum circulo Aſcenſionis rectæ, ſeu Meridiano, tunc eſt Gr. 90, cujus complementum eſt *o*. Ergo tunc Æquatoris, & Eclipticæ axium nullus eſt angulus, ſed uterque axis apparet in eadem linea *A B*.

V. Sol in Æquinoctiis conſtitutus circulum Aſcenſionis rectæ habet Colurum Æquinoctiorum, qui cum Ecliptica facit Angulum Gr. *66* 30', cujus complementum eſt Gr. 23 30'. Quare tunc Axium Æquatoris, & Eclipticæ angulus eſt Gr. 23 30, & omnium maximus: Itaque hujuſmodi angulus in maxima a Solſtitiis diſtantia, nempe initio ♈ & ♎ maximus eſt, in

in ipſis Solſtitiis minimus omnium eſt, nempe nullus.

VI. Quia circuli Longitudinis tranſeunt per polos Eclipticæ, qui ab hac utrinque quadrante diſtant, & *S L*, *S O* ſunt quadrantes, *L* & *O* ſunt poli Eclipticæ; conſequenter Diſcus per eos tranſiens eſt unus è circulis longitudinis, nempe ille, qui rectus eſt ad circulum Longitudinis Solis, & ſimul Aſcenſionis rectæ. Hinc initio ♈ & ♎, cum Sol eſt in Coluro Æquinoctiorum, qui tunc eſt Aſcenſio recta, eſtque ad Colurum Solſtitiorum rectus; hic autem tunc etiam rectus eſt ad circulum longitudinis Solis, qui cum tranſeat per puncta Eclipticæ Æquinoctialia diſtat à Coluro Solſtitiorum per quadrantem Eclipticæ; patet tunc Diſcum Terræ convenire cum plano Coluri Solſtitiorum. Cùm ergo tam Colurus Solſtitiorum, quàm circulus Aſcenſionis rectæ Solis tranſeant per Mundi polos, patet tunc hos eſſe in *A*, & *B*. Per hos polos tranſiens etiam circulus horæ *6* rectus eſt ad meridianum, nempe in eo caſu, ad Colurum Æquinoctiorum: Ergo tunc etiam Circulus horæ *6* congruit cum Diſco Terræ.

PROPOSITIO III. PROBL. I.

Quantitatem anguli axium æquatoris, & Eclipticæ in Diſco Terræ pro datâ Solis longitudine determinare.

Tab. I. Fig. 3.

I. SI Sol ſit in initiis ♈, ♎, ♋ ♑ angulus quæſitus habetur ex Coroll. 4, & 5. præced.

II. Si Sol ſit alibi, addantur logarithmus ſinûs datæ diſtantiæ Solis à proximo Solſtitio, & logarithmus tangentis maximæ obliquitatis Eclipticæ, nempe Gr. 23 30' (alii volunt 23 29'). Summa, deleta 1. ſiniſtima, eſt logarithmus tangentis anguli quæſiti. Ex. gr. In conjunctione Eclipticâ Maji anni 1734, quæ Pekini juxta Tabulas Hirii contingit die 3. hora 6. 0' à meridie tempore vero, reperitur vera Solis Longitudo *S*. 1 12° 39'

39' 46" ab ♈. Distat ergo Sol à proximo Solstitio S. 1. 17° 20' 14", hoc est Gr. 47° 20' 14". Sic ergo stabit calculus.

Sin. Gr. 47 20' 14"	— Logar.	9.8664970
23° 30'	— Tangilog. —	9.6383019
Ang. quæs. Gr. 17 43' 52"	Tan. l.	19.5047989

Demonstratio. Esto *ÆE♋C* meridianus, seu ascensio recta Solis, *Æ♋Æ* Æquator, cujus cum meridiano angulus ♈*ÆE* rectus: *EC* Ecliptica, cujus cum Æquatore angulus *Æ*♈*E* gr. 23 30'. In triangulo *Æ*♈*E* præter angulum rectum ad *Æ*, notus est obliquus ad ♈, & hypothenusa ♈*E* distantia Solis à proximo Æquinoctio Gr. 42° 39' 46"; ideoque ejus complementum 47° 20' 14", distantia à proximo Solstitio. Patet ergo ex Trigonometriâ Sphæricâ per datam praxim inveniri complementum anguli ♈*EÆ* Eclipticæ cum meridiano, qui (per præced.) est quæsitus. Quod erat &c.

Coroll. Hinc facilè paratur Tabula horum Angulorum, ad singulos gradus, semigradus &c. Eclipticæ: addendo nempe Tangil. Gr. 23° 30' cum Logarithmo sinus singulorum graduum &c. distantiæ à Solstitio: Tabula autem pro uno Eclipticæ quadrante est pro omnibus, ut patet. Tabulam hanc addo in fine ad dena Eclipticæ minuta, unà cum sequentis à præcedenti differentiâ, cujus usus similis omninò est ac Tabulæ declinationis Solis, de quo in propositione 15ª. 1ⁱ. Gnomonices.

PROPOSITIO IV. PROBL. II.

Æquatorem, necnon Meridianum, & circulum Longitudinis, hoc est axes Æquatoris, & Eclipticæ in Disco Terræ exhibere pro datâ Solis verâ longitudine.

CEntro quovis *T* describatur circulus (pro Eclipsibus radius quo major eò aptior), qui diametris in *T* nor- *Tab. I. Fig. 4.*

normaliter concurrentibus secetur quadrifariam. Assumpta AB pro Meridiano, & (Coroll. 3. post 2. huj.) axe Æquatoris, erit *Æ* ♋ (Coroll. 1. ib.) Æquator. Ad partes B abscindatur arcus BO æqualis angulo axium Æquatoris, & Eclipticæ ex Tabula, vel per præceden. reperto; ut in proposito exemplo (hoc semper utor in sequentibus, nisi aliter notem) Gr. 17 44', ex B quidem ad partes occidentales *Æ*, si Sol sit in semicirculo Eclipticæ ab initio ♑ ad finem ♊, ut in exemplo; ad oppositas, si in reliquo. Jungantur $O\,T\,L$ eritque circulus longitudinis, & simul Axis Eclipticæ. Omnia patent ex demonstratis: unicè ostendendum, cur in priore casu ad partes boreales B axis Eclipticæ fiat occidentalior, in posteriore orientalior axe Æquatoris. In figura 2. patet rectam TO ad partes boreales cadere intra crura anguli Eclipticæ cum meridiano obtusi ETB: constat autem ex Sphærâ talem angulum ad partes boreales in priore casu esse à Meridiano in Occidentem, in posteriore ad Orientem. Ad partes autem A australes propter angulos ad verticem in T æquales, oppositum faciendum per se patet. Constat ergo ratio totius constructionis. Quod erat &c.

Coroll. Quoniam Ecliptica ad suum axem recta est: Si per T agatur normalis ad LO, erit ea Ecliptica. Hac tamen linea absolutè non egemus, licèt usum aliquem habere possit.

PROPOSITIO V. THEOR. III.

Centro Solis posito in Æquatore, hic in Disco est Disci & Æquatoris diameter ad Meridianam A B *recta. Æquatoris autem Paralleli sunt item lineæ rectæ, horum diametri ad Meridianam* A B *Normales, nempe chordæ Disci per gr. distantiæ Parallelorum in Disco ab Æquatore numeratos.*

Tab. I. Fig. 5. IN Disco Terræ $AFBD$ Esto meridiana AB, cujus circulus $AS.B\,Æ$, Sol in S, per quod ex suppositione

tione transit Æquator, cujus proinde cum Meridiano communis sectio *S Æ*. Sint quotvis Æquatoris Paralleli per puncta Meridiani *E*, *G*, *C*, *M*, per quæ agantur chordæ Meridiani O, *P*, *G*, *H &c.* parallelæ ipsi *S Æ*. Quoniam Meridianus Æquatorem, & hujus Parallelos secat per polos, horum & Meridiani communes sectiones (15. 1. Theod.) sunt Æquatoris, & respectivè Parallelorum diametri, & omnes (16. 11. Eucl.) invicem parallelæ. Chordæ ergo ductæ sunt Parallelorum diametri. Circa singulas cogitetur proprius Paralleli circulus, qui circuli Discum secent in rectis *FD*, *ce*, *gh &c.* Dico 1. *FD* esse Æquatorem in Disco; *ce*, *gh &c.* esse Parallelos Æquatoris.

Demonstratio. Discus Terræ transit per *A*, & *B*, qui in hoc casu [Coroll.6. post 2. huj.] sunt Poli Æquatoris, & Parallelorum: ergo hi ad illum sunt recti, ut sunt radii è centro Solis [1. huj.] Ergo qui in Æquatoris perimetrum, & qui in Parallelorum, ab eorum planis non divergunt, consequenter incidunt in Æquatoris, & respectivè Parallelorum cum Disco communes Sectiones: ergo hæ sunt in Disco Æquator, & ejus Paralleli.

Dico 2. Eas communes Sectiones esse Æquatoris, & Parallelorum diametros invicem parallelas. Nam discus per eorum polos transiens secat [15. 1. Theod.] omnes per centrum, & insuper [16. 11. Eucl.] per rectas invicem parallelas.

Dico 3. Eas Diam. esse chordas Disci distantes ab *F D* arcu distantiæ Parallelorum. Nam Meridianus, & Discus transeunt ambo per *A*, & *B* polos: ergo [10. 2. Theod.] *S C*, *Æ E &c.* æquales sunt arcubus *F C*, *D E &c.* Sed *S C*, *Æ E &c.* sunt arcus distantiæ ab Æquatore Parallelorum: ergo etiam Arcus Disci *F C*, *D E &c.*

Dico 4. Has chordas esse normales ad *A B*. Nam [coroll. 1. post 2. huj.] *F D* talis est: ergo [29. 1. Eucl.] etiam diametri Parallelorum ipsi *F D* parallelæ. Centro ergo Solis &c. Quod erat &c.

Coroll. Patet hinc, si Eclipsis contingat in ipsis

 Æqui-

Æquinoctiis, facillimè exhiberi in Disco Æquatorem, aut ejus quoscumque alios Parallelos.

PROPOSITIO VI. THEOR. IV.

Centro Solis extra Æquatorem versante, Æquator, & ejus Paralleli in Disco Terræ sunt Ellipses, quarum diameter maxima æqualis diametro propriæ, cujusque Paralleli, & ad Meridianam recta; minima verò est portio ipsius Meridianæ inter duas chordas distantes utrinque à latitudine Paralleli arcu declinationis Solis in data longitudine: centrum denique in ejus portionis medio.

Tab. I. Fig. 6. IN Disco Terræ $AFBD$ esto AB meridiana, FD Æquatoris diameter, STN radius per centra Solis, ac Terræ, Sol in S. Fiant $F\alpha$, Fu, Dx, Dq singuli æquales datæ declinationi, & jungantur chordæ αx, uq secantes AB in a, & b.

Dico I. Æquatorem in Disco esse Ellipsim, cujus diameter minima ab, maxima FD diameter Æquatoris, ac centrum in T medio inter a, & b. Meridianus sit $ASBN$, Fiant in eo arcus SÆ, SV, NX, N♋ singuli Æquales datæ declinationi Solis; quæ ponatur borealis. Patet punctum Æ, eique oppositum ♋ pertinere ad Æquatorem: est ergo Æ♋ communis Meridiani, & Æquatoris sectio. Jungantur chordæ ÆX, V♋, quæ utpote parallelæ radio NS [4.5. Horograph. nostræ], cum quo arcus æquales utrinque intercipiunt, rectæ sunt ad Discum, ideoque congruunt cum radiis Solis centralibus per Æ, & ♋: & quia æqualiter distant à centro T, atque chordæ $F\alpha$, Fu, necessariò secant diametrum AB in punctis iisdem a, & b.

Demonstratio. Æquator in hypothesi obliquus est ra-

radiis Solis centralibus; ideoque hi in illius perimetrum incidentes formant cylindrum scalenum, quem Discus Terræ secat obliquè ad basim, nec subcontrariè, cum Discus sit ad latera, seu axem cylindri rectus, basis autem, nempe Æquator, obliqua. Sectio ergo [13. 1. Sereni] est Ellipsis: cum ergo ea sectio sit in Disco Æquatoris apparentia, Æquator in Disco est Ellipsis. Prætereà puncta *a*, & *b* sunt apparentiæ punctorum *Æ*, & ♎ Æquatoris; sunt ergo in perimetro prædicti cylindri; & cum sint in Disco, erunt in prædicta Ellipsi. In eadem sunt Puncta *F*, & *D*, quæ sunt in communi sectione Æquatoris cum Disco. Item *FD* secatur bifariam in *T*, ut etiam *ab*, cum *aT*, *Tb* sint sinus arcuum æqualium: Ergo *FD*, *ab* sunt Ellipsis diametri, ac centrum est in *T*. Sunt autem illæ diametri [coroll. 1. post 2. huj.] invicem normales: ergo [3. defin. 2. Conicor. Des Chales] sunt axes Ellipsis, & [prop. 13. ibid.] *FD* major est diameter maxima, *ab* minor est diameter minima: Quod est propositum.

II. Proponatur Parallelus alter, puta, latitud. Bor. G. 40. Retenta priori constructione fiant *FG*, *DK* gr. 40. datæ latitudinis; item *gc*, *gh*, *ki*, *ke* singuli æquales datæ declinationi Solis, & jungantur chordæ *ci*, *he*, quæ secent *AB* in *d*, & *n*. Sectâ *dn* bifariam in *o*, per *o* agatur *ſy* recta ad *dn*, fiantque *oſ*, *oy* singulæ æquales dati paralleli radio. Dico apparentiam dati Paralleli in Disco esse Ellipsim, cujus diameter maxima *ſy* minima *dn*, centrum *o*. In Meridiano fiant arcus *SG*, *NK* æquales singuli dati paralleli latitudini, item *GC*, *GN*, *KI*, *KE* singuli datæ declinationi Solis. Jungantur chordæ *CI*, *HE*, quæ parallelæ sunt ipsi *SN*, consequenter [29. 1. Eucl.] ad *AB*, & [8. 11. ejusd.] ad Discum normales; ideoque sunt radii Solis centrales per puncta *C* & *E*, transeuntque per puncta *d*, & *n*: nam *Fg*, *ſG* facti sunt æquales; ut etiam *gc*, *GC*, *gh*, *GH* &c: ergo *SC*, *FC* æquales; itemque *SH*, *Fh*, consequenter eorum sinus æquales; nempe *Td* sinus arcus *Fc* est

etiam finus arcus SC, & Tn finus arcus Fb eft etiam finus arcus SH. Jungantur CE, ac tandem facto BP æquali datæ Solis declinationi, jungatur radius TP.

Demonftratio. $SÆ$, GC facti funt æquales, utpote uterque data Solis declinatio: addito ergo utrinque SC erit $ÆC$ æqualis SG. Similiter oftenditur ♌E æqualis NK, æqualis $ÆC$. Cum ergo E♌ [per cafum 1.] fit Æquator, recta CE, propter æquales arcus $ÆC$, ♌E datæ latitudinis parallela ipfi $Æ$♌ eft diameter dati Paralleli, qui obliquus erit ad Difcum, perinde ac Æquator, confequenter ad radios Solis centrales: quare ut in primo cafu, oftendetur ejus in Difco apparentia effe Ellipfis. Jam puncta d, & n funt apparentiæ in Difco punctorum C & E dati paralleli: funt ergo puncta d, & n in ea Ellipfi, & dn una applicatarum in eâ. Præterea BP, SE facti funt æquales, addito ergo utrinque SP, erunt SB, $ÆP$ æquales; confequenter $ÆP$ quadrans, ut SB: eft ergo P polus Æquatoris, & TP ejus axis, qui cum tranfeat per centra omnium Parallelorum Æquatoris, punctum m, ubi TP fecat CE eft centrum propofiti paralleli, confequenter mC, mE æquales. Per m efto radius Solis centralis mZ; hunc dico tranfire per o medium ipfius dn. Nam ducta per m recta rmf parallela ipfi dn inter duas chordas Cd, Hn, quæ pariter funt parallelæ & fibi invicem, & radio mZ, erunt [33. 1. Eucl.] rf, dn æquales, & rm æqualis erit do fegmento dn inter rectas Cd, mZ, ut mf fegmento ejufdem dn inter n, & mZ: quare mZ fecat rf, dn fimiliter. Secat autem rf bifariam: nam in triangulis mCr, mEn, mC, mE oftenfæ funt æquales, item anguli in m ad verticem, ut & alterni mCr, mEn: ergo [26. 1. Eucl.] rm, mf æquales funt. Ergo radius mZ fecat etiam dn bifariam: cum ergo hanc fecuerimus bifariam in o, patet radium mZ tranfire per o, & punctum o effe apparentiam in Difco centri dati Paralleli. Tandem per m intelligatur alia diameter paralleli dati recta ad planum meridiani (datur autem hujufmodi diameter, cum Paralle-

rallelus rectus ſit ad meridianum]. & per illius extrema radii Solis centrales; hos dico cadere in puncta *s*, & *y* rectæ per *o* ad *d n* normalis, & fieri *o s*, *o y* ſingulas æquales radio dati Paralleli: Nam illi duo radii ſunt in ſuperficie cylindri radiorum. Jam ſi per eos, & dictam diametrum in *m* ad meridianum normalem intelligatur planum, hoc [18.11.Eucl.] tam ad meridianum, quam ad Diſcum rectum eſt: quare radius *m Z* in eo eſt, conſequenter planum illud per *o* tranſit; eſtque *m o* plani illius cum meridiano communis ſectio; & quia plani illius, & Diſci communis ſectio [19.11.Eucl.] ad meridianum, & *A B*, ſeu *d n* recta eſt, ea communis Sectio eſt recta *s o y*, quæ [8.11. Eucl.] illi diametro per *m* parallela eſt: & portiones Solis radiorum inter eam diametrum, & Diſcum ſunt parallelæ, & æquales ſunt tum inter ſe, tum ipſi *m o*, utpote omnes perpendicula inter eaſdem parallelas: ergo rectæ, quæ eas jungunt, nempe per *m* ſemidiametri Paralleli dati utrinque à meridiano, & ſegmenta *o s* utrinque ab *o* [33.1. Euclid.] æqualia ſunt. Tales autem factæ ſunt *o s*, *o y*: ergo prædicti radii cadunt in *s*, & *y*; quæ puncta propterea erunt in ſuperficie cylindri, ideoque, ut in primo caſu, in Ellipſi: eſt ergo *s y* altera applicatarum in Ellipſi *S y*, *d n* bifariam ſecta mutuò in *o*, *s y*, *d n* ſunt Ellipſis diametri, & quia ad invicem normales, etiam ſunt axes: quare ut priùs, *s y* major eſt diameter maxima, *d n* minor eſt minima, & *o* centrum Ellipſis. Quod erat alterum. Centro ergo Solis &c., quod erat &c.

S C H O L I U M.

In exemplo propoſito, declinatio Solis poſita fuit ad polum conſpicuum. Si detur ad non conſpicuum, eadem erit conſtructio in Diſco Terræ, ut & pro demonſtratione in Meridiano, excepto quòd Æquator erit *V X* Polus *p* infra *B*, axis Mundi *T p*, ac tandem *I H* datus Pa-

Parallelus, cujus centrum z. Tunc ſimiliter omnia demonſtrantur.

Confer ſimul Tab. I. Fig. 7.

Coroll. I. Hinc patet data Solis declinatione [non refert ad quam plagam], abſciſſis in Diſco ab *F*, & *D* utrinque arcubus datæ declinationis, ductiſque chordis occultis *c x*, *u q*, inveniri puncta *a*, & *b* terminos diametri minimæ Ellipſis æquatoriæ, cujus diameter maxima *F D* item datur. Pro cæteris Parallelis abſciſſis *F G*, *D K* arcubus datæ latitudinis, & utrinque à *g*, & *k* arcubus *g c*, *g h*, *K i*, *K e* arcubus datæ declinationis, regula per *c*, & *i* dabit punctum *d*, & per *h*, & *e* punctum *n* terminos ſemidiametri minimæ, quæ ſecta bifariam in *o* per normalem *S y*, factiſque *o s*, *o y* æqualibus ſingulatim radio dati Paralleli, nempè ſemichordæ datæ latitudinis, erit *S y* diameter maxima. His habitis deſcribi poterit Ellipſis quæſita. Deſcriptionis praxim expeditiſſimam docet nona hujus.

II. Ex facta demonſtratione patet in diſco Terræ quemcumque circulum ſive maximum, ſive non, ſi ſit ad diſcum obliquus, eſſe Ellipſim.

III. Si in Diſco abſcindantur *B p*, *B P* ſinguli æquales datæ declinationi Solis, patet chordam *P p* in *u*, ubi ſecat *A B*, determinare Polum in facie quidem Diſci, ſi declinet Sol ad Polum conſpicuum; in dorſo, ſi ad non conſpicuum: nam ſimiliter oſtendetur chordam *P p* tranſire per *u*.

IV. Quoniam diameter Paralleli ſecat Diſcum in *t*, etiam Paralleli cum Diſco communis ſectio tranſit per *t*; & quia uterque ad meridianum rectus eſt, illa communis Sectio [19. 11. Eucl.] ad meridianum, & rectam *A B* recta erit: erit ergo 2 *t* 3. Diſcus utpotè baſis hemiſphærii illuminati ſeparat partem Terræ obſcuram ab illuminata, conſequenter partem paralleli dati in parte illuminata exiſtentem, hoc eſt arcum ejus diurnum a parte in hemiſphærio obſcuro, nempe arcum nocturnum. Et in Æquatore quidem uterque ſemper eſt ſemicirculus, cùm tam Æquator, quàm Diſcus ſint circuli maximi, ſe ſecantes

cantes per commune centrum T. In aliis Parallelis, cùm Sol eſt in Æquatore idem contingit; quia tunc Diſcus idem cum Coluro [Coroll. 6. poſt 2. huj.] Solſtitiorum, ideoque per polos Mundi A, & B [fig. 5] tranſiens, omnes etiam Æquatoris Parallelos bifariam ſecat. Hinc ſub Æquatore perpetuum eſt Æquinoctium. In Parallelis tunc tantùm, cùm Sol eſt in Æquatore initio nempe ♈, & ♎. At Sole hinc, aut inde extra Æquatorem verſante, dies noctibus inæquales ſunt. Nam CE bifariam ſecatur in m, & IH in z. Quare utraque in t ſecatur inæqualiter; & arcus cujus ſagitta tC, nempe diurnus Paralleli CE major arcu nocturno, cujus ſagitta tE minor quàm tC. Pariter arcus diurnus Paralleli IH, cujus ſagitta pars diametri minor tH, minor eſt nocturno, cujus ſagitta tI major, quàm tH. Sicut autem Parallelus, ita & ejus Ellipſis in Diſco ſimiliter dividitur in arcus diurnum, & nocturnum per rectam gtK, & illa pars Ellipſis erit arcus diurnus, quæ eſt apparentia arcus diurni in Parallelo, eritque in facie Diſci: reliqua pars Ellipſis, utpote apparentia arcus nocturni, tanquam in Diſci facie aversâ cogitanda. Itaque ſi inveniatur punctum t, & per t agatur $2\ t\ 3$ normalis ad AB, hæc ſecabit Ellipſim, ut dictum eſt; & puncta 2 & 3 in perimetro Diſci ad dictum Parallelum, ſimul horas ortûs, & occaſûs ſecabunt. Porrò punctum t facilè invenitur ductâ in Diſco chordâ tranſverſali ce [ſeu ib perinde eſt]. Dico hanc tranſire per t. Jungantur in Diſco ct, & cB, eB, & in meridiano jungantur EB, CB. Per demonſtrata SC, æqualis eſt Fc, ergo & complementa CB, cB æqualia ſunt; ideoque [29. 3. Eucl.] chordæ CB, cB æquales, & angulus CBA, angulo cBA æqualis: eſt autem tB latus commune utrinque triangulo CtB, ctB: ergo [4. 1. Eucl.] Ct, ct, & anguli CtB, ctB æquales. Similiter oſtenditur Et æqualis et, & EtB æqualis etB. Ergo anguli ctB, etB ſimul æquales ſunt angulis CtB, EtB ſimul. Sed hi [13. 1. Eucl.] æquantur duobus rectis: Ergo & illi: ergo [14. 1. Eucl.] ct, et ſunt una linea recta;

cta; hoc est chorda *ce*, quæ propterea transit per quæsitum punctum *t*.

V. Quoniam angulus *CtB* externus æqualis est interno, & opposito *ÆTB*, & *ctB* ostensus est æqualis ipsi *CtB*, erit etiam æqualis angulo *ÆTB*: ablatis ergo utrinque rectis angulis *2tB*, *STB* erit reliquus *ct2* æqualis reliquo *ÆTS*, nempe angulo datæ declinationis. Hinc dato quovis puncto 2 in Disci perimetro inveniri poterit ad quem Parallelum spectet. Nam ducta *2t* ad *TB* normali, fiat angulus *2tc* æqualis datæ declinationi Solis, cujus latus *tc* productum secat perimetrum Disci in *c*, & *e*. Fiat *Fh* æqualis *De*, & *Di* æqualis *Fc*: secetur bifariam in *g* arcus *ch*, vel *ie* in *K*. Arcus *Fg*, vel æqualis *Dk* est latitudo paralleli quæsiti. Ratio patet: nam ex ostensis, puncta *c*, & *e* distant à latitudine Paralleli, ad quem spectat punctum 2., arcu datæ declinationis Solis priùs citra, posterius ultra, & chorda ejus Paralleli transversalis *ce* facit cum *2t* angulum item æqualem datæ declinationi Solis: ergo facto arcu *Fh* æquali ipsi *De*, vel *Di* ipsi *Fc*, latitudo quæsiti Paralleli est in medio arcuum *ch*, & *ie*. Sectis ergo bifariam illis arcubus patet satisfieri quæstioni.

VI. Inæqualitas dierum, & noctium extra Æquatorem in eadem Solis declinatione eo major est, quo major dati Paralleli latitudo: & in eodem Parallelo eo major, quo major Solis declinatio. Ostendo primum.

Tab. II. Fig. 8. Esto *FD* parallelus minoris latitudinis, quam *CE*. Axis *TP*, secet *FD* in *a*, *CE* in *m*, *TB* autem Meridiana secet *FD* in *o*, *CE* in *t*: Cum *aF* sit $\frac{1}{2}$ *FD*, & *MC* $\frac{1}{2}$ *CE*, si *mt* sit major pars radii *me*, quam *ao* radii *aD*, constat propositum. In triangulis *Tao*, *Tmt*, ad *a* ac *m* rectangulis, angulus ad *T* communis est: Sunt ergo [32. 1. Eucl.] æquiangula, & [4. 6. ejusdem], ut *Ta* ad *Tm*; ita *ao* ad *mt*: Est autem *Ta* sinus arcûs minoris *ÆF* minor quam *Tm*; sinus arcus majoris *ÆC*: ergo *ao* minor quam *mt*. Sed *aD* [15. 3. Eucl.] major quam *mE*: ergo *ao* pars minor radii

dii majoris *a D*, multò minor eſt quàm ſit ſimilis pars ejus, quæ eſt *m t* major radii minoris *m c*. Quod eſt primum.

Oſtendo ſecundum. Eſto Solis declinatio *S æ* major quàm *S Æ*, eritque *æ q* Æquator. Fiat *æ c* æqualis *ÆC*, & *q e* æqualis ♋*E*, item *B p* æqualis *S æ*: eritque *c e* idem Parallelus ac *CE*, ſed in majori Solis declinatione, & *T p* axis Æquatoris ſecans *c e* in *b* centro Paralleli normaliter, *T b*, *T m* æquales ſunt, utpote ſinus æqualium arcuum *æ c*, *ÆC*: Si ergo centro *T* per *b* circulus ducatur, is per *m* tranſit. Et quia *c e* [16.3. Eucl.] tangit circulum illum in *b*, tota extra circulum cadit, quare pergit ultra *m*, & ſecat *TB* ultra *t* in *n*; ac *Tn* major eſt quam *Tt*. In triangulis *T b n*, *T m t* ad *b*, & *m* rectangulis, quadratum *T n* [47. 1. Eucl.] æquale eſt quadratis *T b*, *b n* ſimul, & quadratum *T t* quadrantis *T m*, *m t* ſimul. Eſt autem quadratum *T n* majoris majus quadrato *Tt* minoris, ergo quadrata *T b*, *b n* ſimul majora ſunt quadratis *T m*, *m t* ſimul; & ablatis utrinque quadratis æqualibus *T b*, *T m*, eſt quadratum *b n*, ideoque ejus latus *b n* majus quadrato, & reſpectivè latere *m t*. Additis ergo utrinque æqualibus *b c*, *m C*, erit tota *c n* major totâ *C t*, ideoque arcus diurnus Paralleli in declinatione majori *S æ* major diurno in declinatione minori *S Æ*: Quod erat alterum. Porrò ex his ſequitur etiam in Ellipſibus Parallelorum in Diſco Terræ plures inveniri horas in ſpectantium ad majorem latitudinem arcu diurno, quàm in ſpectantium ad minorem, ſtante eadem Solis declinatione: & in ſpectantium ad eandem latitudinem arcu diurno plures in majori declinatione Solis, quàm in minori, modò declinatio ſit ad conſpicuum polum: Si verò ad non conſpicuum, quia contrarium accidit, nempe arcus diurnus brevior eſt in majori, quàm in minori latitudine ſtante eadem declinatione, & in eodem Parallelo brevior eſt in majori declinatione, quàm in minori; ideo in primo caſu arcus diurnus Ellipſis ſpectantis ad minorem latitudinem plures habebit horas, quàm

arcus diurnus ſpectantis ad majorem; & in altero arcus diurnus majoris declinationis pauciores habebit horas,
Fig. 6. quàm ſpectantis ad minorem. Nam in *figura 6*, *I t* oſten-
Fig. 8. ſa eſt æqualis ipſi *C t*, cui ſimilis eſt *C t* in *figura* 8. Cum ergo *c n* major ſit, quam *C t*, & *C E*, *c e* æquales, erit
Fig. 6. *N e* minor, quàm *t E*, hoc eſt *t H* in *figura 6*. Et ita de cæteris. In Æquatoris Ellipſi arcus diurnus perpetuò habet hor. 12.

VII. Patet item arcum diurnum cujuſvis Paralleli æqualem eſſe nocturno ejuſdem in æquali, ſed ad partes oppoſitas, Solis declinatione; & nocturnum diurno. Nam
Fig. 6. [*fig.6.*] in triangulis *T m t*, *T z t* rectangulis ad *m*, & *z* etiam anguli ad *T* æquales ſunt propter æquales arcus *B P*, *B p*: latus *T t* commune: ergo [26.1.Eucl.] *t m*, *t z* æquales ſunt: ergo additis *m C*, *z I* æqualibus, eſt arcus diurnus *t C* in declinatione ad Polum conſpicuum, æqualis nocturno *t I* in declinatione æquali; & ex *m E*, *Z H* ablatis æqualibus *t m*, *t Z*, reſtat arcus nocturnus *t E* in declinatione ad polum conſpicuum, æqualis *t H* diurno in declinatione ad non conſpicuum. Hinc in oppoſitis, ſed æqualibus declinationibus eadem prodit Paralleli cujuſvis Ellipſis, ſed quæ pars in una declinatione eſt diurna, in oppoſita eſt nocturna, & viciſſim.

VIII. Hactenus dicta de Parallelis, qui in figura ponuntur Boreales valent etiam de Auſtralibus. Nam ſi *B* ponas plagam auſtralem, & *A* Borealem omnia ſimiliter prodibunt, & oſtendentur, ut patet in Parallelis ductis ad partes *A* in æquali latitudine, & inclinatione: ubi etiam apparet arcum diurnum Paralleli Borealis æquari nocturno Auſtralis æqualis latitudinis, & contra in eadem Solis declinatione. Horæ ſi in Diſco exhibendæ ſint Ellipſes binorum Parallelorum æqualis, ſed oppoſitæ latitudinis, eadem fere operâ per praxes inferiùs tradendas, deſcribi ambæ poterunt.

IX. Quoniam *c e* oſtenſa eſt æqualis *C E*, ut & *c t* ipſi *C t*, patet *c e*, *C E* ſecari ſimiliter in *t*, & tam *c t*, quàm *C t* eſſe arcui diurno dati Paralleli in data declinatione

Digitized by Google

tione æqualem. Itaque in Disco Terræ ductâ dati Paralleli diametro *g K*, ductaque [Corol. 4.] transversali chordâ *b i*, quæ in *T P* dat punctum *t*, abscindatur in *g k* diametro Paralleli, segmentum *g m* æquale *b t*: & per *m* excitetur ei perpendicularis *n m u*. Centro *q*, ubi *T P*, *g k* concurrunt, radio *q g* circulus Paralleli describatur *g n k u*, vel ejus semissis *g n k*. Eritque *g n* arcus semidiurnus, & *n k* seminocturnus in declinatione ad polum conspicuum, vel contra *i n* ad non conspicuum. Quibus arcubus mensura repertis in gradibus, & his redactis ad horas [23 1. nostræ Gnomonices] scietur arcus diurnus totus in horis, & minutis, consequenter hora ortûs, & occasûs in dato Parallelo, ad quarum priorem spectat punctum 2, ubi recta per *t* ad *T P* normalis perimetrum Disci secat ad sinistram ad posteriorem punctum 3, ubi ad dexteram. *Fig. 7.*

Ex eadem constructione etiam *calculo Trigonometrico* rem percommodè expediemus. Nam in trigono *T m t* ad *m* rectangulo, posito *T m* sinu toto partium 10000, erit quæsitum *m t* tangens declinationis Solis. *T m* respectivè ad *T P* radium Disci est sinus datæ elevationis Poli, seu latitudinis *Æ C*, notus ex Tabulis sinuum: Ergo si fiat ut sinus totus *T m* ad sinum datæ elevationis Poli, hoc est eandem *T m*, ut partem radii *T P*, ita *m t* tangens declinationis ad eandem 4am, scilicet æqualem, ut partem radii *T P*; is exhibebit quæsitum *m t* in partibus, qualium radius Disci *T P* est 10000, ut in apposito Exemplo. Idem Latus *m t* est sinus complementi quæsiti arcus semidiurni, sed in partibus *m E* radii Paralleli datæ latitudinis tanquam sinus totius. Porro *m E* in trigono *T m E* ad *m* rectangulo est sinus complementi datæ elevationis Poli, posito sinu toto radio Disci *T E*; ideoque ex tabula sinuum nota est in iisdem partibus, in *Fig. 6.*

Declin. Gr. 15 40' 40" Tan. l.	9. 4481942.
Elev. Poli Gr. 40. sin. 6428, l.	3. 8080675
m t part. 1804, 1 ———	3. 2562617

quibus notum factum fuit latus *m t*. Itaque si fiat ut sinus complementi datæ elevationis Poli, nempe *m E* ad eandem *m E*, ut sinum totum, ita *m t* superiùs inventum ad 4^{m}, prodibit numerus partium *m t* in partibus radii *m E*, qui inter sinus quæsitus in Tabula dabit gradus *t m* complementi arcus semidiurni quæsiti, cujus summa, cum 90 erit arcus quæsitus in declinatione ad Polum conspicuum; in opposita erit illius à 90 differentia, ut in apposito exemplo.

m t 1804, 1 l.	3. 2562617
Sin. tot. l.	10. 0000000
Summa	13. 2562617.
Elevat. Poli sin. Comp. subt. l.	9. 8842540
m t part. 2355	3. 3720077
Qui est sinus 13° 37' 19'' Ergo arcus semid. 103° 37' 19''. vel 76° 22' 41''	

Vides autem in utrâque analogiâ eandem summam prodire ex duobus Log., sed in posteriori analogia non demendum Log. sinus totius, sed tantum Log. sin. Comp. datæ elevationis Poli: Unica ergo analogia res expeditur; si nempe duobus Log. prioris analogiæ addas insuper Log. Sec. datæ elevationis Poli, dempto Radio. Tunc enim prodibit immediate quod petitur in secunda, ut vides in exemplo adjecto. Quia autem recta per *t* normalis ad Meridianam determinat puncta 2, ac 3, in quibus datus Parallelus secat perimetrum Disci,

Declin. Gr. 15 40' 40'' G. P.	9. 4481942
Elev. Poli Gr. 40. sin. l.	3. 8080675
Log. Sec. dempto Rad.	. 1157460
Num. 2355, &c.	3. 3720077

& est *T t* sinus arcuum Disci *F* 2 *D* 3 inter Æquatorem, & ea puncta: sinus is nempe *T t* calculo item facili invenitur. Nam in triangulo eodem *T m t*, posito *T m* sinu datæ elevationis Poli pro sinu anguli *m t T*, complementi datæ declinationis, erit *T t* sinus totus. Si ergo fiat ut sinus complementi declinationis ad sinum totum, ita sinus datæ elevationis Poli ad quartum, prodibit Log. Sinûs arcûs *F* 2, *T t*, *i. e.*

& in-

& inde ex Tabulis quantitas ipſius *T t* nota fiet, ut in appoſito exemplo. Sunt ergo arcus *F* 2, *D* 3 gr. 41 53; iis ergo abſciſſis ab *F*, & *D* Polum verſus, habentur eo ipſo in Diſco puncta quæſita pro termino utrinque arcus diurni Ellipſis dati Paralleli.

Elev. Poli 40° ſin. l. ————	9.8080675
Decl. Gr. 15 40' 40" Sec. l.	.0164654
Sin. l. gr. 41. 53. (Num. 6676, 3)	9.8245329

X. Item dato arcu ſemidiurno in datâ Solis declinatione poterit inveniri latitudo, ad quam ille arcus ſpectat, & inde inveniri in perimetro Diſci prædicta puncta 2 ac 3, quæ & ad eum Parallelum, & horas ibi ortus, & occaſus in data declinatione ſimul pertinebunt. Abſcindantur in quovis circulo arcus *S I*, *S L* dati arcus ſemidiurni [vel ſeminocturni, perinde eſt]: & jungatur *I L*, quàm recta per *S*, ac *T* circuli centrum ſecabit ad rectos angulos in *M*, ideoque [5. 3. Eucl.] bifariam. Nam ſi ducerentur *TI*, *TL* anguli *STI*, *S T L* inſiſtentes arcubus [per conſtru.] æqualibus, [27. 3 Eucl.] æquales ſunt; ideoque & reliqui *ITH*, *LTH*, qui cum intercipiantur radiis *TI*, *T L* æqualibus, ac *TH* communi duobus triangulis *TIH*, *TLH*, etiam anguli [4. 1. Eucl.] ad *H* deinceps æquales ſunt, ideoque [13. pri. ejuſd.] recti. Agatur per *T* diameter *ATB*, ad *SN* normalis. Fiat angulus *IHC* datæ declinationis Solis. Latus *HC* ſecet *TA* in *C*. Jungatur *CN*. Dico Angulum *HNC* eſſe Paralleli quæſiti latitudinem. Nam eſto quæſitus Parallelus *CE* adhuc ignotus, in quo *m t* complementum dati arcus ſemidiurni. Juncta *T E*, erit angulus *ET*♌, hoc eſt ei æqualis alternus *T E m*, latitudo quæſita, cui oſtendendus æqualis angulus *CNT* in *Figura* 8. Triangula *T m t*, *CTH* rectangula in *m*, & *T* habent etiam angulos *m t T*, *THC* æquales, nempe æquales complemento datæ declinationis; cùm angulus *THI* oſtenſus ſit rectus. Sunt ergo invicem æquiangula: ergo [4. 6. Eucl.] ut *Tm* ad *m t*, ita

Fig. 8.

Fig. 8.

ita CT ad TH; sed ut mt ad mE, ita TH ad TN [cum tam mt, respectu radii mE, quàm TH respectu TN sit sinus complementi ejusdem arcus semidiurni] ergo ex æquo [22 5. Eucl.] ut Tm, ad mE, ita CT ad TN: sunt autem anguli ad m, T recti: ergo [6. 6. Eucl.] anguli TEm, CNT æquales. Quod erat ostendendum. Notâ Paralleli latitudine, poterit per præcedentia duci in Disco ejus diameter, & inveniri punctum t &c. Poterit etiam punctum t immediatè inveniri sic. In CN in latere sinistro [*Fig.* 8.] producta, si opus sit, abscindatur Cr æqualis radio Disci TE, ducaturque ra parallela ipsi NT, quæ secet CH in M, erit CM longitudo quæsitæ Tt, ut patet, cum parallela ra faciat triangula Cra, CNT similia, ut etiam CMa, CHT, & CMr, CHN, cui similis est TEt in *Fig.*6: consequenter cum Cr, TE factæ sint æquales, etiam Tt, CM æquales erunt. Itaque si inventi Paralleli describenda sit Ellipsis, abscisso (*Fig.* 7.) Tt æquali invento CM; agatur per t normalis ad TP recta $2t3$, itemque recta hti faciens cum $2t3$ in t angulum datæ declinationis. Per puncta h, & i, ubi ea perimetrum secat, ductæ rectæ he, ic ipsi $2t3$ Parallelæ, juxta dicta determinabunt diametrum minimam dn, qua secta bifariam in o, ductaque per o recta soy ad TP normali, fiant os, oy æquales radio inventi Paralleli, eritque diameter maxima.

Fig. 8. *Fig.* 7.

Sed hic etiam calculus trigonometricus expeditissimus est. Nam cum angulus datæ declinationis, quæcumque sit Paralleli latitudo, idem sit, & angulus axis TP cum quovis Parallelo rectus, patet in *Fig.* 8, trigona Tao, Tmt &c. esse similia, & in unoquoque notos esse ambos angulos obliquos, & simul latus unum sive ao, sive mt, pro dato arcu semidiurno: est enim ao, mt &c. sinus Comp. dati arcus semidiurni, qui proinde in Tabulis sinuum habetur; eritque in partibus, qualium radius quæsiti Paralleli habet 10000. Porrò in trigono Tmt, sumpto mt pro sinu toto, est mT tangens Comp. datæ decli-

Fig. 8.

Digitized by Google

declinationis: eadem *mT* in triangulo *m T E* eſt tangens quæſitæ latitudinis, ſumpto *m E* pro ſinu toto partium 10000. Si ergo *m T* fiat nota in hujuſmodi partibus, innoteſcet quæſitus angulus *m ET*. Fiat ergo, ut *m t* tanquam ſinus totus, ad *m T* tanquam tangentem comp. declinationis, ita *m t* tanquam ſinus complementi dati arcus ſemidiurni ad quartum, prodibitque quæſitum. Addi ergo debent Log. Tang. Comp. datæ declinationis, & Log. numeri ſinus *m t* dati. E ſumma abjiciatur Log. numeri 10000, relinquetur Log. tangentis quæſitæ. Et quia Log. 10000 eſt 4. 0000000, qui ſubtrahi debet; ſumatur tangens Comp. datæ declinationis minuta 4. in duabus notis ſiniſtimis, cui ſic minutæ addito Log. prædicto fiet ſine alio tangens quæſita. Ut quia in Exemplo Tang. Comp. declin. 15° 40′ 40″ eſt 10. 5518057 ablatis 4, ut dictum eſt, fiet 6. 5518057.

Dec. 15° 40′ 40″ T. co. l min. 4. —	6. 5518058
L. Numeri *m t* (ſin 13° 37′ 19″ —	3. 3720077
Lat. quæſ. gr. 40 T. L. —	9. 9238135

Formam calculi oſtendit adjectum Schema.

Invento Angulo *E* in triangulo *Tm E*, invenitur *Tt* &c., ut in coroll. præced.

Duo hæc poſtrema Corollaria uſui ſunt pro Typo Eclipſis univerſali, de quo inferiùs. Licèt autem aliam viam eadem obtinendi dem in 26.ª hujus: placuit tamen hanc ex ipſa geometrica conſtructione in Diſco deducere per ſolam Trigonometriam rectilineam; quod ad hujus rei pleniorem intelligentiam plurimum confert.

XI. Ex omnibus prædictis tandem patet, Diſcum Terræ eſſe veluti quemdam horizontem univerſalem, & mobilem: inde enim omnia determinantur pro toto Orbe [etiam altitudo Solis pro dato quovis momento, ſupra proprium cujuſque loci horizontem, ut oſtendam poſt 9.am hujus], quæ ex horizontibus particularibus, ac fixis. Differentia unicè in eo eſt, qaod reſpectivè ad horizontes particulares Sol oritur, & occidit, cum centrum habet in illis: at reſpectivè ad Diſcum Terræ, *Fig. 6.*

in

in quo centrum Solis nunquam eſt, oritur Sol in aliqua regione, cùm Semiperipheriæ Occidentalis *B F A* punctum quodpiam attingit eum locum [provehitur enim Diſcus cum Sole, perpetuò ab ortu in occaſum] tunc enim locus incipit eſſe in hemiſphærio illuminato, ſeu radius e centro Solis tunc primò eum attingit. Occidit verò Sol, cum ſemiperipheriæ orientalis *B D A* punctum locus occupat; tunc enim ultimò eſt in parte illuſtratâ, nec ullus deinceps radius Solis centralis eum petit. Porro punctum *B*, Sole declinante ad Auſtrum, eſt contactus ad extra Diſci cum Parallelo Æquatoris Boreali, qui à Polo boreo diſtat quantitate datæ declinationis, nempe qui ex *p* per *B* duceretur; in quo Parallelo Sol tunc præcisè oritur, & occidit; hoc eſt centrum Solis ut horizontem aſcendendo attigit, ſtatim iterum incipit mergi. Ultra eum Parallelum verò polum *p* verſus, eſt nox perpetua. Tunc autem punctum extremè oppoſitum *A*, & contactus ad intra cum æquali Parallelo circa Polum Auſtralem, in quo eo die Sol non occidit, ſed ubi ejus centrum horizontem attigerit deſcendendo, iterum incipit attolli. Ultra verò eum Parallelum, polum auſtralem verſus, eſt dies perpetuus. Sole autem declinante in Boream in Parallelis Borealibus fit, quod in priore caſu dictum eſt de Auſtralibus, & contra. Cum ergo *P*, vel *p* ſit polus, & *P B*, *p B* arcus datæ declinationis, patet limites Borealem, & Auſtralem Diſci diſtare ſemper à polis arcu datæ declinationis, ultra polum quidem ad quem eſt declinatio, at citra oppoſitum. Et quia diebus æquinoctialibus declinatio nulla eſt, tunc ii limites ſunt in ipſis polis, nempe (Coroll. 6. 2ª hujus) Poli ſunt in punctis *A* & *B*. Reliqua, quæ ex dictis inferri poſſunt, quæ è re noſtra fuerint, inferiùs ſuis locis exponentur.



PRO-

PROPOSITIO VII. PROBL. III.

Dato vero loco Solis in Ecliptica declinationem Solis ab æquatore determinare.

RAdio quovis (quo majore, eo aptiore) *CA* ducatur arcus, in quo abſcindatur *AB* graduum 23° 30' maximæ declinationis Eclipticæ. Junctis *CA*, *CB*, agatur per *B* normalis ad *CA* recta *BD*, quæ erit ſinus arcus *BA*. Centro *D*, radio *DB* deſcribatur quadrans *BLE*, in quo abſcindatur *EL* æqualis diſtantiæ dati loci Solis à proximo æquinoctio, in aſſumpto exemplo Gr. 42° 40'. Per *L* agatur *LG* parallela *EA*, quæ ſecet arcum *AB* in *G*. Dico arcum *AG* eſſe quæſitam declinationem. Producatur, ſi ſit opus, *GL* donec ſecet *CB*; ſecet in *F*; ac ducatur *LK* ad *ED* normalis. *Tab.II. Fig.9.*

Demonſtratio. Concipiatur ſector *ACB* pars plani Coluri Solſtitiorum, in quo *CA* Æquatoris cum illo communis ſectio; erit *CB* Coluri, & Eclipticæ communis ſectio, quæ ab æquatore in eo coluro diſtat gr. 23 30', hoc eſt arcu *AB*. Cùm ergo *CB* ſit Eclipticæ radius ſubtendit quadrantes illius duos unum hinc, unum inde, & normalès ad colurum Solſtitiorum per Eclipticæ polos incedentem. Eidem coluro normalis eſt etiam Æquator, utpote & per hujus polos tranſeunti; conſequenter etiam Æquatoris Paralleli, quorum proinde cum eo coluro communes ſectiones (15.1. Theod.) ſunt Parallelorum diametri, & ad radium æquatoris *CA* (16.11.Eucl.) parallelæ. Eſt ergo *GL* communis ſectio cum coluro dicto, Paralleli Æquatoris tranſeuntis per *G*, cujus proinde declinationem patet eſſe arcum *AG*. Oſtendendum ſupereſt eum eſſe Parallelum, quem Sol in dato loco in Ecliptica percurrit.

Quoniam *GL* ſecat *CB* in *F*, & tam Ecliptica, quàm Parallelus per *G* incedens recti ſunt ad ejus coluri planum, etiam illorum communis ſectio (19.11. Eucl.) inſiſtit perpendicularis plano coluri in *F*; ideoque (3.de-

fin. ibid.) recta etiam eſt rectis *G F*, *C B*; & hinc eſt ſinus arcus Eclipticæ, cujus ſinus verſus eſt *FB*, nempe arcus Eclipticæ inter punctum Solſtitiale *B*, & punctum, in quo ſecatur circulo Paralleli per *G*: ergo reliquum radii eſt ſinus diſtantiæ ejuſdem concurſus à proximo æquinoctio. Jam in trigono *CBD*, propter Parallelas *CD*, *F G*, ſeu *F H*, eſt (2. 6. Eucl.) ut *C F* ad *C B* ſinum totum, ita *D H*, hoc eſt ei æqualis *L K* (ſunt enim *L K*, *D H* Parallelæ, utpote ambæ rectæ ad *CA*) ad *D B* item ſinum totum quadrantis *D B E*. Sed *L K* eſt ſinus datæ diſtantiæ Solis ab æquinoctio, nempe (per conſtruct.) arcus *E L*; ergo pariter *C F* eſt ſinus ſimilis arcus Eclipticæ inter proximum Æquinoctium, & punctum *F*. Parallelus ergo tranſiens per *F*, & *G* eſt qui datur, & conſequenter *A G* quæſita declinatio. Quod erat &c.

Coroll. Si ducatur *G I* ad *C A* normalis, eſt ea ſinus arcus *A G* inventæ declinationis, qui propter parallelas *G H*, *I D* æqualis eſt ipſi *D H*, hoc eſt *K L* ſinui datæ diſtantiæ à proximo æquinoctio reſpectivè ad *D B* tanquam radium. Eſt autem eadem *D B* ſinus arcus *A B* maximæ declinationis Eclipticæ. Cum ergo ſit, ut *C F* ad *C B*, ut *D H*, ſeu æqualis *K L* ad *D B*, & convertendo, ut *C B* ad *C F*, ita *D B* ad *K L*, ſeu æqualem *G I*; patet ita eſſe ſinum totum ad ſinum diſtantiæ Solis a proximo æquinoctio, ut ſinus maximæ obliquitatis Eclipticæ ad ſinum quæſitæ declinationis. Hinc additur Log. datæ diſtantiæ à proximo æquinoctio, & maximæ obliquitatis Eclipticæ, deletaque è ſumma 1 ſiniſtima, relinquetur Log. ſinus quæſitæ declinationis, ut in adnexo exemplo:

Diſt. à prox. æq. 42° 39' 46''	ſin. l.	9. 83 10259.
Gr. 23 30' ———	ſin. l.	9.6006997.
Declin. quæſ. 15° 40' 40'' ſin. —	l.	19.4317256.

& ex praxi geometricâ etiam trigonometrica deducta & oſtenſa eſt.

Facilè ergo tabula paratur declinationis ſingulorum graduum, ſemigraduum &c. Eclipticæ, addendo ſingulis

lis distantiis à proximo æquinoctio Log. Gr. 23 30'. Hujusmodi tabula ad dena minuta habetur in libro primo Horographiæ, & ejus usus in Prop. 16. ejusdem.

S C H O L I U M.

Si proposita figura fiat in materia solida, & quadrans *BE*, sectus exactè sit in 90 gradus, habetur instrumentum universale ad hunc finem. Pro re nostra si radius *CA* fiat æqualis radio constanter assumendo pro Disco Terræ, inventus arcus declinationis usui erit pro determinandis diametris minimis Ellipsis, etiamsi ignorentur gradus, & minuta invento arcu contenta: arcum enim quærimus convenientem, quantuscumque ille sit. Poterit tamen etiam in gradibus, & minutis facilè notus fieri, præsertim per instrumentum in 10ª hujus parandum. Hinc non opus est in arcu *AB* gradus dividere. Si tamen dividatur utile & commodum erit pro plurimis summam præcisionem non petentibus, in Gnomonica præsertim.

PROPOSITIO VIII. PROBLEMA IV.

Æquatoris, aut ejus Paralleli cujuslibet apparentias in Disco Terræ, in horas, semihoras, quadrantes &c. dividere.

IN Disco Terræ *BFAD*, esto *AB* Meridiana & axis Æquatoris, *FD* Æquatoris diameter normalis ad *BA*, *gk* diameter dati Paralleli; & ponatur 1° Sol in Æquatore. Secetur perimeter Disci in 24 partes æquales pro 24 horis, initio facto ab alterutra diametrorum, pro semihoris in 48 &c. Pariter circa dati Paralleli diametrum, cujus centrum *q*, descriptus circulus *gnku* similiter secetur. Jungantur rectis occultis puncta horarum in perimetro Disci opposita ad easdem partes ab *AB*, & *Tab.I. Fig.7.*

Digitized by Google

ab hac æquè remota; ac notentur puncta, in quibus hæ rectæ secant Æquatoris diametrum *FD*. Similiter fiat circa horas, & diametrum dati Paralleli. Dico apparentias Æquatoris & Paralleli sectas esse, ut petitur.

Demonstratio. *FD gk* (5. huj.) sunt apparentiæ Æquatoris, & Paralleli in Disco. Pariter tam chordæ per horas in perimetro Disci, quàm per horas in Paralleli circulo, sunt ad invicem, & meridianam *AB* parallelæ, utpote intercipientes utrinque arcus æquales. Concipiatur Æquatoris circulus (is æqualis est circulo Disci, utpote circa æqualem diametrum) ut & circulus Paralleli in situ suo naturali, nempe, in casu posito, normali ad planum Disci; etiam prædictæ chordæ omnes ad planum Disci rectæ erunt. Coincident ergo cum radiis Solis centralibus per eadem puncta horaria transeuntibus; quare hi secant datas diametros *FD*, *gk* in iisdem punctis, in quibus ductæ chordæ: ergo chordæ, ut radii determinant puncta horarum &c. Quod erat primum.

II. Sit Sol extra Æquatorem, consequenter (6. huj.) Æquatoris apparentia sit Ellipsis *a F b D*, & Paralleli Ellipsis *d g n k*. Dico chordas, ut in priore casu ductas, dividere perimetrum Ellipsium, nempe Æquatoris, & Paralleli apparentias, ut jubetur.

Demonstratio. Concipiantur Æquator, & Parallelus inclinati ad planum Disci (6. huj.) juxta datam Solis declinationem, & per puncta horarum, opposita puta 13, & 23 æque ab *AB* distantium intelligantur radii Solis centrales, qui erunt in superficie cylindri radiorum, cum quo Disci communes sectiones sunt datorum Parallelorum apparentiæ: patet ergo illos radios in Ellipsium perimetros cadere, ibique determinare puncta earum horarum. Per eos duos Radios intelligatur planum, quod (18. 11. Euclid.) ad planum Disci rectum erit, & cum à Meridiano distet utrinque arcu *A* 23, *B* 13, hoc est ejus sinu gr. 15., est eidem Parallelum; consequenter ejus plani cum Disco Terræ communis sectio Meridianæ *AB* (16. 11. Euclid.) parallela erit, & ab *AB* distabit

bit in utroque extremo, ſinu gr. 15. Hujuſmodi autem [per conſtr.] eſt chorda 13,23: ergo hæc refert eam communem ſectionem, conſequenter determinat in perimetro Ellipſis puncta earum horarum. Eodem diſcurſu concluditur de aliis horis binis, & binis tam in Æquatore, quàm in Parallelo. Neque obſtat, quod diameter maxima Ellipſeos Paralleli, nempe $S\,y$, non ſit eadem linea cum chorda $g\,k$ per dati Paralleli latitudinem: nam cum [6. huj.] ſint Parallelæ, & æquales, res in idem recidit: plana enim Parallela rectas lineas in ſe incidentes [17. 11. Euclid.] ſimiliter ſecant. Quare perinde eſt ſive circulus Paralleli centro q per g, & h, ſive centro o per s, & y deſcribatur. Conſtat ergo totum Problema. Quod erat &c.

S C H O L I U M.

Cujuſvis Ellipſis ſolus arcus diurnus uſui eſt pro Eclipſibus Terræ, & Solis; ſolus nocturnus pro Lunæ. Quomodo hi arcus definiantur dictum eſt in Corollariis ſextæ hujus, tum Geometricè, tum Trigonometricè. In Æquatoris Ellipſi ea ſemiſſis eſt arcus diurnus, quæà punctis F, D vergit ad polum oppoſitum ei, ad quem Sol declinat. In Ellipſibus Parallelorum pars major eſt arcus diurnus, Sole declinante ad Polum conſpicuum, pars minor in caſu oppoſito. Ordo horarum in declinatione Solis boreali erit ea, quam figura exhibet circa circulos, itemque in arcu Ellipſium inferiori. In auſtrali invertenda ſeries, ut factum vides in Ellipſium arcu ſuperiori: nempe in utroque caſu $A\,B$ eſt meridiana, & horæ ante Meridiem a limbo Diſci occidentali, qui [Coroll. 11. ſextæ huj.] eſt quaſi horizon ortivus, ad Meridianam, & ab hac ad limbum Orientalem pomeridianæ progredi debent. Ponimus autem meridiem hor. 24, & inde in poſt. 1. 2. 3. &c. more Aſtronomorum ſerie continuatâ.

PRO-

PROPOSITIO IX. PROBL. V.

Datis Diametris Ellipsis maxima, & minima, Ellipsim in boras &c. sectam unà eademque operâ exhibere.

Tab. II. Fig. 10. Ellipsis multipliciter describi potest; quia tamen in Disco Terræ opus est Ellipses in horas &c. dividere, dabo hic praxim unicam, quæ in re nostrâ est omnium expeditissima, quippe Ellipsim, & in ea puncta horaria &c. simul exhibet.

Esto *AB* petitæ Ellipsis diameter maxima, *de* minima, se mutuò bifariam, & normaliter secantes in C. Centro C, radio *CA*, circulus describatur *AEBD*, & alter concentricus *aebd* radio *Cd*. Productâ utrinque *ed* ad *E*, & *D* sectus erit quadrifariam uterque circulus. Majoris quadrantes singuli secentur in 6, vel 12 &c. partes æquales. Ductis ex *C* radiis occultis ad singula puncta horaria circuli majoris, minor etiam similiter sectus prodibit. Per omnia puncta bina, & bina circuli majoris hinc inde ab *A*, aut *B* æquè distantia jungantur chordæ occultæ. In his [per præced.] sunt puncta horaria Ellipsis, quæ sic determinantur. Per omnia puncta horaria circuli minoris bina, & bina hinc, & inde æquè remota a punctis *d*, & *e* agantur similes chordæ extra circulum minorem, donec concurrant singulæ cum chordis cognominibus circuli majoris, nempe, quæ in ejus peripheria coëunt cum eodem radio, cum quo chordæ minoris in hujus perimetro. Per omnes, & singulos chordarum cum chordis concursus ducatur decenter curva, quæ circulum majorem tangat interius in *A*, & *B*, minorem exteriùs in *d*, & *e*. Dico hanc esse petitam Ellipsim, & in chordarum concursibus, per quos ducta est, sectam esse in horas, semihoras &c. Fiant *of*, *tg* perpendiculares ad *CB*. Chordæ per hor. 11, 10 &c. circuli majoris secent *CB* in *p*, *b* &c.

De-

Demonstratio. Ex doctrina Sinuum patet *of* esse sinum complementi arcûs *do*, & *tg* arcûs *dt*. Item 11 *p* est sinus complementi arcûs *Dy*, & 10 *b* arcûs *D* 10. Sunt autem arcûs *D* 11, *do* similes, ut etiam *D* 10, *dt*: ergo & eorum sinus comp. sunt similes: *i.e.* ut 11 *p* ad 10 *b*, ita *of* ad *tg*. Est autem (13. 6. Euclid.) 11 *p* media proportionalis inter *Ap*, *pB*, & 10 *b* inter *Ab*, *bB*: ergo ut quadratum 11 *p* ad rectangulum *ApB*, ita quadratum 10 *b* ad rectangulum *AbB*, nempe utrobique quadratum (17. 6. Eucl.) respondenti rectangulo æquale; & quia *of* ad *tg*, ut 11 *p* ad 10 *b*, erit etiam quadratum *of* ad rectangulum *ApB*, ut quadratum *tg* ad rectangulum *AbB*; non tamen erunt quadrata æqualia respondenti rectangulo, cum *of* sit minor quam 11 *p*, & *tg* minor quàm 10 *b*. Per constructionem Parallelæ sunt *of*, *mp*, ut etiam *tg*, *nb*; item *om*, *fp*, ut etiam *tn*, *gb*: ergo (34. 1. Euclid.) *of*, *mp* æquales, ut etiam *tg*, *nb*; quare quadratum *mp* æquale quadrato *of*, & quadratum *nb* quadrato *tg*: quare etiam quadratum *mp* (7. 5. Euclid.) ad rectangulum *ApB*, ut quadratum *nb* ad rectangulum *AbB*. Cum ergo rectangulis *ApB*, *AbB* ostensa sint proportionalia tam quadrata rectarum 11 *p*, 10 *b*, quæ sunt ordinatim applicatæ ad *AB* diametrum circuli; quam rectarum *mp*, *nb*, quæ sunt ordinatim applicatæ ad maximam petitæ Ellipsis diametrum *AB*; priora tamen suis correlativis rectangulis æqualia sint, non verò posteriora, patet (definit. Ellipsis 2.¹ Conic. Des Chales) puncta *m*, & *n* esse in Ellipsi. Eodem ratiocinio concluditur de quibusvis aliis per datam methodum inventis punctis. Curva ergo ducta per puncta inventa Ellipsis est, & ea, quæ petitur, utpote circa datas diametros. Et quia chordæ per horas circuli circa diametrum maximam secant Ellipsim in punctis inventis; eædemque (per præced.) determinant puncta horarum &c. patet in iisdem punctis Ellipsim dividi, ut petitur. Unâ ergo eademque operâ Ellipsim in horas &c. Quod erat faciendum, & demonstrandum.

Co-

Coroll. I. Quia puncta horaria Æquatoris, & Parallelorum ſunt horum cum circulis horariis concurſus; puncta verò horarum in Ellipſibus ſunt punctorum horariorum in circulis Æquatoris, & Parallelorum apparentiæ, patet puncta horaria in Ellipſibus eſſe apparentias dictorum concurſuum; conſequenter apparentias circulorum horariorum in Diſco tranſire per inventa puncta horaria in Ellipſibus; aut etiam in Diametris Æquatoris, aut Parallelorum, cum hæ ſunt apparentiæ in Diſco ſuorum circulorum juxta 5.hujus Circuli horarii (uno dempto meridiano, & etiam, cùm Sol eſt in Æquatore, circulo hor. 6, qui tunc (Coroll. 6. ſecundæ hujus) congruit cum plano Diſci), utpote ad Diſcum inclinati, projiciuntur (Coroll. 2. ſextæ hujus) in Ellipſes. Si itaque delineentur in Diſco apparentiæ Parallelorum ad quinos, aut ſaltem denos gradus latitudinis, & per ſingulorum puncta horaria cognomina agantur decenter curvæ, hæ erunt circuli horarii. Sole poſito in Æquatore coibunt omnes in punctis Diſci *A* & *B*, ubi tunc ſunt Poli Mundi; & prodibit Analemma commune (de quo Des Chales lib. 2. de Aſtrolabiis) cum hoc unico diſcrimine, quod quia Analemma illud deſcribitur in plano Meridiani, oculo ſtatuto in ejus axe ad infinitam diſtantiam, noſtrum verò in Diſco Terræ, qui in eo caſu congruit cum circulo horæ ſextæ, oculo ſtatuto ad ſimilem diſtantiam; in analemmate communi Meridianus circulus eſt, hora ſexta linea recta, eademque axis Mundi, in noſtro contrà hora ſexta erit circulus, Meridianus linea recta, eademque axis Mundi. Hinc ſi Eclipſis accidat Soli verſanti in Æquatore, Analemma commune, ſervato prædicto diſcrimine, erit pro Diſco; ſed caſus erit rariſſimus. Sole verò declinante, circuli horarii in Diſco Terræ concurrunt quidem in eo Polo, ad quem Sol declinat, ac proinde in Diſci facie extat; at ultra polum, ut & ad alteram plagam carentem polo terminantur in variis peripheriæ Diſci punctis, nempe ſpectantibus ad latitudines, in quibus ſingulæ ſunt horæ ortûs,

Fig. 7.

tûs, aut occasûs; quæ puncta non solum pro horarum, sed & pro declinationis varietate diversa sunt. Determinantur hæc puncta per Coroll. 10. VI. hujus; ut etiam clariùs suo loco exponetur, ubi hujusmodi punctorum occurret necessitas.

II. Quia in quovis loco terrestri ea numeratur hora, in cujus circuli plano est radius Solis centralis ad datum locum pertingens; fiet, ut si in loco quopiam dati Paralleli numeretur hor. ex. gr. 4, cum radius prædictus incidat hora quarta in Ellipsis pro dato Parallelo descriptæ punctum 4, locum illum è Sole apparere in puncto 4. At quia Sol motu diurno continenter pergit ab ortu in occasum circa axem Mundi motu, ad sensum, saltem intra paucas horas, ad Æquatorem Parallelo, cùm una horâ post in eodem loco numeretur hor. 5, datus locus apparebit in puncto 5. ejusdem Ellipsis: & perinde erit, sive dicas Solem una cum circulis horariis progressum ab ortu in occasum grad. 15, & punctum 5 pervenisse ad locum, ubi prius erat punctum 4, sive imagineris, Sole & circulis horariis immotis, Terram interea circa suum axem (Mundi nempe) rotatam tantumdem ab occasu in ortum, & locum, qui ante suberat puncto 4, pervenisse ad 5. Hac secunda expressione, quia breviori, & quia ita re ipsa videretur aspicienti Terram e Sole, utar deinceps. Hinc verò clariùs adhuc patet, quomodo *A B* sit meridiana universalis; imò tales sint horæ omnes, quia nempe successivè eædem easdem horas exhibent pro aliis, & aliis locis, prout per dictam imaginariam, seu opticam Telluris rotationem, loca alia, atque alia sub ipsis spectantur. *Fig. eadem.*

III. Hinc sequitur apparentias Parallelorum in Disco esse vias, quas viderentur percurrere loca in iis Parallelis existentia. At quia semper Sol imminet verticaliter centro Disci *T*, si ex *T* ad quodvis Paralleli in Disco punctum agatur recta, hæc erit sinus distantiæ Solis a vertice ejus loci cujuslibet, qui in eo puncto hìc, & nunc est. Ponatur punctum 3. Agatur *T* 3, quæ produ-

cta secet perimetrum Disci in H. Fiat HI quadrans, & jungatur TI, item $3\,L$ normalis ad $T\,3$, secans quadrantem HI in L. Jungatur TL, & ex L ad TI normalis LM, quæ erit sinus arcus LI, seu anguli LTI. ipsi LM æqualis est $T\,3$. Nam MT, $L\,3$ ambæ normales ad $T\,3$ Parallelæ sunt, ut etiam $T\,3$, LM ambæ ad TI rectæ: est ergo $T\,3$ sinus arcus LI, seu anguli LTI. Cogitetur quadrans ITH super latere TH ad Discum rectus: quia IT insistit normaliter Disco in centro T, est radius per centra Solis, ac Terræ; & illi Parallelus $L\,3$ est radius, per quem locus terrestris è Sole refertur in punctum 3 Paralleli. Locus ergo ille est in L superficiei terrestris, consequenter TL est linea, quæ producta versus Z in verticem, seu Zenith loci cadit; arcus autem ILH per Solem, & Zenith loci transiens, est verticalis Solis in dato loco. In hoc verticali metimur distantiam Solis à vertice loci, quæ proinde erit IL, seu angulus LTI; nam locus datus habet Zenith in LZ, Solem in LS; ergo angulus SLZ, hoc est ei æqualis internus, & oppositus (29. 1. Euclidis) LTI, est distantia Solis à vertice loci, cujus ostensus est sinus æqualis rectæ $T\,3$: hæc ergo est sinus distantiæ Solis à vertice loci: quod est propositum. Quia autem altitudo Solis supra loci horizontem est complementum distantiæ à vertice, ea erit arcus LH, ideoque determinari potest in Disco pro loco quovis, cujus detur in Disco apparentia altitudo Solis pro dato tempore, supra horizontem. Cum autem idem arcus LH sit altitudo loci supra Discum, seu basim Hemisphærii illuminati, patet tantundem elevari Solem supra loci cujusvis horizontem, quantum eodem tempore elevatur locus supra basim Hemisphærii illuminati in circulo per Zenith loci, & Solem transeunte: Patet item $T\,3$, esse verticalem Solis pro dato loco, ac tempore in Disco Terræ.

IV. Ex demonstratione propositionis, patet Ellipses, earumque puncta horaria determinari singula, si ex chordis circuli circa Diametrum maximam, distanti-

bus

bus utrinque à Meridiana ſinu arcûs diſtantiæ binarum, & binarum horarum à Meridie, ſinu, inquam, reſpectivè ad Semidiametrum maximam, nempe radium circuli circa eam, abſcindantur ſupra, & infra ab eadem diametro maxima ſinus complementi ſimilium arcuum reſpectivè ad radium circuli minoris, ſeu Semidiametrum minimam: oſtendimus enim *p m* æqualem *o f*, & *b n* æqualem *t g* &c. Ellipſium diameter maxima conſtans eſt, utpote (5, & 6. huj.) ſemper æqualis diametro Parallelorum: minima diameter varia, vel nulla, prout varia, vel nulla fuerit Solis declinatio. Poterit ergo parari inſtrumentum univerſale pro ſolutione expeditiſſima propoſiti problematis, & aliis plurimis; & in ſubjecta materia omnia fere fieri poterant, quibus egemus. Inſtrumento hoc abſolutè carere poſſumus, ſi pro uno, aut altero tantùm loco Eclipſium phænomena inveſtiganda ſint: at pro typo univerſali ejus defectus nonniſi labore improbo, aut aliis inſtrumentis pretii non levis ſuppleretur. Inſtrumenti ergo conſtructionem, uſumque hic à me proponi, neminem puto tædebit. *Fig.* 10.

PROPOSITIO X. PROBL. VI.

Inſtrumentum tranſportatorium parare. Videatur Fig. 11. *&* 12.

PAretur tabella buxea, ſeu orichalcica &c. rectangula, utrinque probè plana, & lævigata, cujus longitudo ſaltem paulo ultra palmarem, latitudo non minor ſubduplâ longitudinis. In ea prope unum latus in longum ducatur recta *A B* æqualis radio electo pro Diſco Terræ: is ſi palmum adæquet, ſatis commodus eſt. Secta *A B* bifariam in *C*, ductaque normali *C o*, centro *C*, radio *C A*, ſuper *A B* ſemicirculus deſcribatur, quem radius *C o* in duos quadrantes diſpertiet. Hi ſinguli dividantur exactè in 90 Gr., quorum ordo, ut in Schemate. Ductis utrinque radiis *C 60*, jungantur item utrin- *Tab. III. Fig.* 11.

que chordæ 60, o; factusque erit Rhombus ex duobus trigonis æquilateris (ut patet ex definitione Circuli, & 15. 4. Euclid.) quorum latus commune *C*o. Applicata Regula ad gradus quinos (aut si placeat etiam singulos) utrinque ab o cognomines notentur interfectiones Regulæ cum radio *C*o, quæ circino transferantur in utraque singillatim latera *C*60; & utriusque lateris puncta jungantur lineis rectis cum cognominibus punctis notatis in *C*o. Hæ rectæ erunt radii Parallelorum, quorum latitudo æqualis gradibus, per quos notatum fuit singulorum punctum in *C*o, sectique erunt singuli bifariam in radio *C*o; sicut chordæ 60, o, 60 exhibent radium Æquatoris similiter sectum: deinde ascendendo radius latitudinis Gr. 10 20 &c. juxta numeros singulis in figura adscriptos. Latus *C*60 ad sinistram tribuatur horis 24 meridiei, ac 12 mediæ noctis: ad dexteram horis 6, & 18 à Meridie. Et quia Sinus Gr. 30 æqualis semiradio, radius *C*o spectabit ad horas, 2, 10, 14, 22, quæ duabus horis, seu 30 grad. distant à Meridie, vel Media nocte. Accipiatur jam in Semicirculo chorda Gr.30, cui in basi sinistra Rhombi abscindatur à 60 æqualis o,1. Sumpta deinde chorda integri quadrantis, abscindatur in semicirculi diametro æquale Segmentum *A* 3. Excessui *C* 3 supra radium *AC* abscindatur in basi Rhombi ad dexteram æquale Segmentum à radio *C*o usque ad punctum 3. Idem fiat de chordis graduum 120, ac 150, quibus abscissis æqualibus *A* 4, *A* 5, transferantur Segmenta *C* 4, *C* 5 à radio *C* o in basim Rhombi dexteram, ut habeantur ibi puncta 4, & 5. His peractis, sectus erit radius Æquatoris in sinus omnium horarum integrarum. Sicut autem per chordas tricenûm graduum determinantur sinus horarum integrarum, ita eodem artificio per chordas quindenûm graduum determinentur sinus semihorarum, per chordas gr.7 $\frac{1}{2}$ sinus quadrantum per chordas grad.2 $\frac{1}{2}$ sinus quinûm minutorum, ac tandem per chordas graduum, $\frac{1}{2}$, 1, 1 $\frac{1}{2}$, 2, &c. sinus singulorum minutorum. Sed satis sunt sinus quinûm minutorum; nam cæteri æstimatione fa-

facilè accipi possunt, cum opus fuerit, sine errore sensibili. Tandem ex centro *C* rectæ ducantur ad inventa puncta singula horarum, semihorarum, & quadrantum, quæ cæterorum Parallelorum radios omnes in similes sinus divident, & absoluta erit instrumenti facies.

II. In dorso ejusdem Tabellæ agatur prope latus unum in longum recta *D E* æqualis semicirculi diametro *A B*, & similiter secetur bifariam in *F*, ductis *F H*, *E L* ad *D E* normalibus, & æqualibus ipsis *D F*, *F E*, compleatur rectangulum *D L* constans duobus quadratis *D H*, *F L*, quorum latera æqualia radio Semicirculi. Quadrati *D H* latera singula secentur in 10 partes æquales, ut etiam latus *E L*. Puncta laterum *D G*, *E L* æquè remota à *D*, & *E* jungantur rectis, quæ erunt invicem parallelæ, & perducantur nonnihil ultra latus *E L*, ut *F E* ultra *E*. Item in quadrato *D H* à puncto *D* ducatur recta ad primum punctum post *G* in latere *G H*; a primo post *D* ad secundum post *G*, & ita porrò donec perveniatur ad punctum *H*. Hæ obliquæ pariter invicem Parallelæ erunt & æquales. Numeri describantur circa quadrati *D H* latera, ut figura ostendit. Singulæ decimæ partes in lateribus *D G*, *F H* secentur in 5 partes æquales, & puncta utriusque æque remota à *D*, & *F* jungantur rectis, quarum tamen non appareant nisi puncta in dictis lateribus, & in singulis obliquis ad vitandam confusionem. Prætereà lateris *E L*, ut & *F H*, vel alterius ei paralleli prope ipsum occultè ducti singulæ partes decimæ subsecentur trifariam, junganturque in quadrato *F L* puncta æquè remota ab *F*, & *E* rectis punctatis. Item è semicirculo in alterâ facie Tabellæ accipiatur chorda arcûs Gr. 30, cujus ab *F* abscindatur dupla *F* 30 in latere *FE* nonnihil producto, & jungatur *L* 30, in qua terminentur omnes parallelæ quadrati *F L*. Jam sumantur chordæ grad. 2, 4, 6 &c. numerorum parium usque ad 28 inclusivè, quibus singulis à puncto *F* versus *E* abscindantur duplæ in latere *F E*. Similiter in latere *H L* à puncto *H* versus *L* abscindentur duplæ chordarum grad. 1, 3, 5 &c. nu- *Tab. IV. Fig. 12.*

numerorum imparium usque ad 29 inclusivè, Punctis adscribantur numeri suorum graduum. Jungantur diligenter obliquæ ab *F* ad 1, à 2 ad 3, & ita porro usque ad rectam *L* 30. Parallelis lineis per decimas lateris *F H* transeuntibus adscribantur numeri primæ infra *F*, 6, sequenti 12, inde 18', 24', 30', 36': 42', 48', 54'. Similiter fiat iisdem parallelis ad latus *L* 30, sed ordine inverso, nempe primæ supra *L* 6, inde 12', 18' &c. absolutumque erit instrumentum ad plurima utile & percommodum, & in re nostra aptissimum.

Demonstratio. Hic ad nostrum finem tribus opus est. Primò sinubus omnium horarum in radiis Parallelorum: per eos enim transeunt chordæ, quibus & Ellipses, & horæ in his determinantur. Secundò imperatos arcus Disci Terræ abscindere, aut datos metiri, seu, quod in idem recidit, imperatos angulos constituere, aut datorum quantitatem notam facere. Tertiò imperatas partes radii Disci Terræ ab eo, vel aliis lineis abscindere, aut datas in partibus radii Disci Terræ notas facere. His enim tribus absolvuntur omnia, quæ in re hac geometricè præstanda peti possunt. Porrò tria hæc facilè, & expeditè suppeditat constructum instrumentum.

Ostendo primum. Rhombi latera (14 4' Euclid.) æqualia sunt radio semicirculi: ergo duo simul 60 o, o. 60 æquantur diametro semicirculi, cui ponimus æqualem radium Disci describendi; ideoque, & Æquatoris. In hoc Æquatoris radio duplo radii semicirculi abscindimus chordas duplûm graduum cujusque horæ &c., quæ respectivè ad radium Disci erunt sinus semissis graduum, nempe horis, semihoris &c. convenientium. Nam, quia radius Æquatoris duplus est radii semicirculi, & sinus sunt, ut radii, sinûs gr. 15. in radio Disci, seu Æquatoris duplus est sinûs similis in radio semicirculi. Sed in hoc chorda Gr. 30 dupla est sinus Gr. 15 (defin. sinûs). Ergo chorda arcûs semicirculi gr. 30 æqualis est sinui Gr. 15 in radio Disci; & ita de cæteris. Porrò in basi Rhombi à radio *C* o ad dexteram tantum excessus supra *A C* notan-

tantur; nam in latere 6o, o ad dexteram habetur jam recta æqualis ipsi *AC*, quæ simul cum illo excessu integrant convenientes sinus, ut patet. Habemus ergo in Æquatore sinus petitos. Præterea radii Parallelorum Æquatoris (ex doctrina sinuum) sunt sinus complementi latitudinis Parallelorum. In hujusmodi sinus secuimus radium *Co*; nam regula applicita ad gr. ex gr. 10 utrinque ab o exhibet rectum ad Co perpendicularem, & a Co in puncto 10 bifariam sectam, cujus propterea semissis est sinus Gr. 10, & Segmentum C 10 radii Co est sinus gr. 80 complementi latitudinis Paralleli per gr. 10 utrinque ab Æquatore: & ita de reliquis. Hos eosdem sinus abscindimus in utroque latere C6o: ergo rectæ per eorum extrema ad puncta cognomina in Co efficiunt intra Rhombum totidem trigona æquicrura, & propter angulos verticales graduum 6o omnibus communes, etiam æquilatera, ideoque bases cruribus, hoc est prædictis sinubus respectivè æquales: ergo si binæ, & binæ æquales accipiantur pro una linea, erunt radii Parallelorum in Disco, similiter ac dictum est de radio Æquatoris. Sunt autem hæ bases omnes Parallelæ, propter omnes angulos æquales: ergo rectæ ex C ad sinus Æquatoris (10. 6. Euclid.) secant in similes sinus omnes radios Parallelorum ductos, & alios per quoscumque gradus latitudinis ducendos, cùm opus fuerit. Habemus ergo in diametro maxima cujusvis Ellipsis in Disco sinus petitos. Quod est primum. In eodem Rhombo haberi possunt etiam sinus complementi cujusvis horæ relatæ ad semidiametrum minimam; si nempe in radiis C6o utrisque, & in Co abscindatur semissis datæ semidiametri minimæ, & tria puncta rectis jungantur. Nam in his sinus hor. 1, & 11 erit sinus complementi hor. 7, & 5, & contra, & ita porro. Sed quia Semidiametri minimæ inconstantes sunt, ut Solis declinatio, & sæpiùs nimis parvæ, multò magis earum semissis, res nec ita commoda, nec tuta admodum esset. Dicam igitur in Schol. sequente, quid pro his aptius sit.

Osten-

Oſtendo ſecundum: In quadrilatero *F L* in dorſo inſtrumenti habentur chordæ ſingulorum graduum ab 1 uſque ad 30, reſpectivè ad perimetrum Diſci; abſcindimus enim eas duplas ſimilium chordarum ſemicirculi, cujus radius ſubduplus: ſed arcus circulorum imperati applicatione chordarum abſcinduntur; ut etiam notâ chordâ alicujus arcus, etiam arcus innoteſcit: ergo ope ejus quadrilateri dati arcus aut anguli menſurari, aut imperati abſcindi, & reſpectivè conſtitui, ni ſuperent gr. 30, ſtatim poſſunt. Quod ſi ſuperent 30, applicitâ chordâ gr. 30 quoties poteſt, menſurando reliquum totus arcus anguluſque fiet, aut notus erit in gradibus. Porrò 30 Parallelæ (4. 6. Euclid.) ſecantur proportionaliter rectis obliquis, & cum æqualiter mutuò diſtent, earum incrementa inter obliquas æqualiter fiunt. Teſte autem canone ſinuum, ſinus ideoque & chordæ per bina minuta à gradu ad gradum differentias habent ad ſenſum æquales: ergo dictæ interceptæ exhibent chordas ad bina minuta: & quia intermedias oculus exactè diſcernit, habeantur chordæ ad ſingula minuta uſque ad Gr. 30, quæ juxta dicta ſufficiunt, maximè, quod arcus quadrantis aperturâ ſui radii ex utroque extremo in gradus tricenos nullo labore dividatur: ergo ſcala hæc ad omnes arcus abſcindendos, & metiendos, ut & angulos conſtituendos, aut notos faciendos apta eſt, & ſufficit. Quod eſt ſecundum.

Oſtendo tertium. In quadrato *D H* habetur communis Scala Geometrica, in qua obliquæ (4. 6. Euclid.) ſimiliter ſecant interceptas parallelas. Sectis ergo lateribus *D G*, *F H* in 50 partes æquales, productis per ſingulas rectis Parallelis, habetur linea *D F* ſecta æquivalenter in partes 500, & per alias in binarum medio facilè æſtimabiles, in 1000. Patet autem ſatis eſſe ducere Parallelas reipſa per partes decimas laterum *D G*, *F H*, & reliquarum notare puncta, ut dictum eſt. In hac ergo Scalâ ſumi poſſunt imperatæ partes 1000.ᵐᵃ lateris *D F*, quæ duplicatæ erunt totidem partes radii Diſci dupli ipſius

sius *DF*. Cum ergo ad rem nostram geometricè expediendam satis sit supponere radium Disci partium 1000 (minutiores enim circinus non discriminat, nisi radius sumatur longissimus), & idem radius semper notus esse debeat in minutis, & secundis, ut inferius patebit; datis cujusvis lineæ rectæ minutis, per regulam auream sciri potest quot partibus millesimis radii Disci respondeant. Nam si minuta tam radii Disci, quàm data in ea vel alia linea, resolvantur in minuta secunda, si hæc tam radii, quàm datorum quantitati adhæreant, ut plerumque, & minutorum secundorum datæ lineæ numerum auctum tribus o dividas per numerum secundorum totius radii, quotus erit numerus quæsitus. Cùm ergo partes inventæ accipi possint è Scala, ac duplicatæ abscindi in rectis in Disco datis, patet propositum. Similiter si detur in Disco linea ignota, & ejus semissis applicetur Scalæ, scietur quot partes millesimas radii Disci contineat. Quæ omnia Geometriæ non ignaris perspectiora sunt, quàm ut poscant hîc ulterius declarari. Patet ergo finis & utilitas totius instrumenti. Quod erat &c.

Coroll. Quoniam pro angulorum, seu mensurâ, seu constructione perinde est, quo radio arcus describatur; per hoc instrumentum quicumque, in quovis genere anguli mensurari itemque arcus possunt; & quidem exactiùs, quàm per quadrantes manuales, quorum communior est usus.

S C H O L I U M.

Pro sinubus respectivè ad diametros minimas Ellipsium, aptius erit pro re natâ delineare in chartâ triangulum æquilaterum, quod facillimè ita fit.

Ductis utcumque normalibus *AB*, *CD* radio quovis non minore sinu datæ Solis declinationis, describatur semicirculus *ADB*, qui in 24 partes æquales secetur pro 24 semihoris. Puncta *A*, & *B* tribuantur horis *6*, & 18, punctum *D* horis 24, & 12; & agantur chordæ per pun- *Tab. V. Fig. 13.*

F ❘ cta

cta utrinque à *D* æquè remota, quarum notentur concursus cum radio *CD*. Super *CD* perficiatur triangulum æquilaterum *C4D*, & ex vertice 4 agantur rectæ ad singula puncta notata in *CD*. In *CD* habentur, ut patet, sinus complementi horarum: absolutumque est instrumentum. Usus is erit in lateribus 4*C*, 4*D* ex puncto 4 abscindatur semidiameter minima petitæ Ellipsis, puta 4*e*, 4*f* pro Æquatore figuræ septimæ, æquales semidiametro minimæ *Ta*, vel *Tb*: 4*g*, 4*h* semidiameter minima Paralleli *gk* æqualis *on*, seu *od*. Junctæ *ef*, *gh* erunt prædictæ Semidiametri minimæ sectæ in sinus petitos, quod similiter ostenditur, ac supra in Rhombo. Poterit etiam hujusmodi triangulum fieri in uno è vacuis præcedentis instrumenti, ut figura ostendit, cujus basis sit chorda in semicirculo Grad. saltem 23 30'; aut etiam 30 grad., & usui esse poterit semper, modò rectæ *ef* &c. hic & nunc necessariæ, ducantur delebiles.

Usus instrumenti ex ostensis satis patet: præcipuè pro describendis Ellipsibus; E radio dati Paralleli intra Rhombum (ducendo nisi extet) transferantur intervalla, e semiradio ad sinistram, in diametrum maximam Ellipsis petiti Paralleli, utrinque ab ejus centro; intervalla verò Semiradii in alterâ parte transferantur, ac notentur è punctis jam notatis horarum 2, & 22, versus diametri extrema. Eadem intervalla transferantur etiam simul in aliquam parallelam dictæ diametro maximæ. Per puncta cognomina utriusque parallelæ applicita Regula exhibebit chordas Paralleli. In his utrinque à diametro maxima abscindantur sinus complementi horarum, ad quas chorda pertinet, qui sinus habentur in semidiametro minima ducta in præcedenti triangulo, quod fiet, si posito circino in concursu Regulæ cum Diametro maxima, aperturâ sinûs complementi notetur punctum ponè Regulam ad partes arcûs diurni Ellipsis. Sufficit tamen ad delineandam exactè Ellipsim puncta sic determinare in horis, & semihoris singulis. Descripta Ellipsi, Regula applicita similiter per sinus quadrantum &c. dabit eo ipso co-

Digitized by Google

eorum puncta in arcu Ellipsis. Reliqui usus patebunt per partes inferiùs.

Plerique non Rhombo utuntur, sed trigono æquilatero super latere æquali radio Disci, intellectis horis duplici opposita serie. Res eodem recidit, sed longiore circino, majorique hujus diductione pro usu opus est, ut & pro constructione, & insuper instrumenti moles ferè dupla erit. Quare saltem propter commodum, praxim propositionis præhabeo. Utramlibet præoptes, utriusque constructionem, & usum habes hîc.

PROPOSITIO XI. THEOR. V.

Apparentia axis Orbitæ Lunaris in Disco Terræ est linea recta normalis ad communem Disci cum Orbita sectionem, facitque cum axe Eclipticæ angulum æqualem angulo Eclipticæ & Orbitæ in Plano Disci.

ESto Discus Terræ $l\,A\,o\,B$, qui extensus usque ad Cælum Lunæ faciat planum circuli maximi $LEOF$. Circulus longitudinis Solis esto $L\,S\,O$, & Sol in S: nempe radio centrali $S\,T$ Eclipticam rectam ad circulum longitudinis exhibeat recta $S\,E$. Sit primò Sol in nodo, seu communi concursu Eclipticæ cum Orbita; patet Orbitam transire per S. Ea ergo sit $C\,S\,D$, quæ ad Discum recta erit, cum transeat per polum ejus S. Cum verò Orbita ad Eclipticam inclinata sit, illius communis sectio cum Disco, non erit eadem ac $F\,E$ communis Eclipticæ cum Disco sectio. Sit ergo Orbitæ, & Disci communis sectio $C\,D$. Agatur in Disco recta $p\,T\,r$ ad $C\,D$ normalis. *Tab. V. Fig. 14.*

Demonstratio. Quoniam tam Ecliptica, quàm Orbita transeunt per S, earum communis sectio est $S\,T$ ad Discum [19. 11. Euclid.] normalis; ideoque etiam ad $p\,T\,r$. Sed $p\,T\,r$ facta est normalis ad $C\,D$: ergo nor-

Digitized by Google

normalis est [4. 11. Euclidis] ad planum Orbitæ, in quo sunt *S T*, *CD*: cùm ergo transeat per *T* Orbitæ centrum; est *p r* axis Orbitæ jacens in ipso Disci plano in casu hoc. Est autem *LTO* [2. huj.] axis Eclipticæ, & anguli *A TO*, *DTr* ambo recti: ergo ablato communi *DTo*, remanent *a TD* angulus Eclipticæ cum Orbita, & *OTr* angulus axium Eclipticæ, & Orbitæ æquales. Quod est primum.

II. Sit Sol extra nodum, qui sit in ☊, quare non transibit Orbita per *S*, sed alibi secabit circulum *L S O*. Secet in ☽, sitque communis sectio Orbitæ cum Disco recta *C T D*, & cum circulo *L S O* recta ☽ *T*. Esto axis Orbitæ *a T X*, qui non jacebit in plano Disci, cum angulus ☽ *T a* rectus sit, angulus autem rectæ ☽ *T* obliquæ ad Discum, cum Disci plano sit obliquus, nempe ad partes *a* major recta quantitate latitudinis Orbitæ, nempe *S* ☽, ad alias partes eadem quantitate minor. Intelligatur per *a X*, *S T* planum, quod [18. 11. Euclid.] tam ad Discum, quàm ad Orbitam rectum erit. Agatur in Disco recta *p Tr* ad *CD* normalis.

Demonstratio. Planum per *a X*, *S T* parallelum est radiis Solis centralibus; ergo ejus consequenter, & axis Orbitæ in eo jacentis, apparentia in Plano Disci est linea recta transiens per *T*. Quoniam autem tam Discus, quàm Orbita normales sunt ad illud planum, Disci, & Orbitæ communis sectio *C D* [19 11. Eucl.] ad illud planum, & ad hujus cum Disco communem sectionem recta erit. Quare *p r* per constructionem recta ad *CD*, in *T* erit plani illius cum Disco communis sectio, ideoque axis Orbitæ apparentia, &, ut in primo casu, angulus axium *o Tr* angulo *FTD* Eclipticæ cum Orbita in Disco æqualis. Quod erat alterum. Apparentia ergo axis Orbitæ &c. Quod erat &c.

Coroll. Sequitur hinc, quòd sicut in 2ª. hujus ostendimus de axibus Æquatoris, & Eclipticæ, quod angulum habeant maximum in Disco, hoc est æqualem inclinationi

nationi Eclipticæ ad Æquatorem, cùm Sol eſt in punctis Æquinoctialibus, qui dici poſſunt nodi Æquatoris, & Eclipticæ, minimum verò, hoc eſt nullum, cum Sol eſt in Solſtitiis, quæ ſunt limites Eclipticæ, eo quod circulus longitudinis tranſeat per polos tam Æquatoris, quàm Eclipticæ, ideoque utrumque axem habeat in ſuo plano, ideoque uterque in Diſco appareat in eadem rectâ, in qua ipſe circulus longitudinis; ita hìc ſimiliter angulus axium Orbitæ, & Eclipticæ tunc maximus eſt in Diſco, nempe æqualis inclinationi Orbitæ ad Eclipticam tàm in Diſco, quàm in Sphæra [arcus enim FD in primo caſu propoſitionis, tam rectilineum FTD, quàm ſphæricum FSD metitur] cum Sol eſt in ipſis nodis; minimus verò, hoc eſt nullus, cum Sol eſt in circulo longitudinis tranſeunte per limites Orbitæ. Cum enim circulus talis longitudinis diſtat a nodis quadrante Eclipticæ, in illis nodus habet ſuos polos, & cum eos tranſeat etiam Orbita, habet polos etiam in Orbita: Ergo [Coroll. 15 1. Theod.] circulus ille longitudinis viciſſim tranſit per polos Eclipticæ & Orbitæ, conſequenter utrumque axem habet in ſuo plano, qui ambo proinde in eadem linea LO in Diſco apparebunt. Ex quo patet eorum axium angulum eo majorem eſſe in Diſco, quo Sol propiùs a nodis diſtat, & eo minorem, quo longiùs. Quia autem in Eclipſibus Sol aut in nodo eſt, aut parùm inde abeſt; hinc tunc ille angulus, aut maximus eſt, aut non multo minor. Quando autem axis Orbitæ orientalior in Diſco ſit axe Eclipticæ, aut occidentalior, dicetur in Coroll. poſt 16. hujus.

SCHOLIUM.

In Eclipſibus ad majorem facilitatem ſupponi ſolet Sol quaſi toto Eclipſis tempore fixus in eodem Cæli puncto, nempe perinde, ac ſi motu proprio careret, Lu-

na

na autem ab eo moveri, vel ad eum, motu differentiæ, inter motum Solis proprium, & Lunæ item proprium, ut reipsa appareret aspicienti Lunam è Sole. Hinc fit tam angulum *F T D*, seu æqualem *C T E*, quàm *o T r* paulo majores apparere. Enimverò facta demonstratio à nullâ determinatâ quantitate anguli *C T E* pendet: quare id veritati Theorematis, ejusque Demonstrationi nil detrahit.

PROPOSITIO XII. PROBL. VII.

In Syzygiis dato vero loco Solis in Ecliptica, loco nodi proximi, & angulo inclinationis constantis Orbitæ veræ ad Eclipticam, angulum verum axium Eclipticæ, & Orbitæ quærere.

I. Sint Sol, & Luna in ipso nodo. Facta constru-
Fig. ead. ctione, ut in propositione præcedenti, *S E*, *S C* sunt quadrantes: ergo arcus *C E* est mensura anguli *C S E* sphærici Eclipticæ cum Orbita; idem autem *C E* metitur angulum rectilineum *C T E*, cui ostendimus æqualem [præced.] angulum *o T r*: ergo in hoc casu quæsitus angulus axium dato angulo inclinationis est æqualis.

II. Esto nodus in ☋, Sol in *S*, Luna in ☾. Quoniam Solis & ☋ loca dantur, notus est arcus *S* ☋, ejusque complementum ☋ *E*; datur etiam angulus *C* ☋ *E* inclinationis Orbitæ ad Eclipticam; & angulus ad *E* rectus: ergo per trigonometriam reperietur *C E* mensura anguli *C T E*, hoc est æqualis *o T r* quæsiti; si fiat, ut sinus totus ad sinum arcus ☋ *E*, ita tangens anguli obliqui dati *C* ☋ *E* ad tangentem arcûs *C E*. Ex. gr. *Hirius* statuit angulum ad ☋ constanter Gr. 5° 1' 30''. In exemplo in superioribus proposito, locus verus Solis est *S.* 1 12° 39' 46''; locus ☊ *S.* 7 13° 17' 33'': ergo locus ☋ *S.* 1 13° 17' 33''; ex quo subtracto loco Solis, inveni-

Digitized by Google

venitur *S* ☋ 37' 47": Ergo ☋ *E* 89° 22' 13". Fiet ergo calculus, ut in appoſito exemplo.

☋ E. Gr. 89°. 22'. 13". ſin. log.	9.9999737
Gr. 5. 1'. 30".	t l. 8.9441289
Quæ ſit *C* Æ Gr. 5°. 1' 28". t l.	8.9441026

Coroll. Cum ſciri poſſit maxima Luminarium à nodis diſtantia, in qua contingere poſſit Eclipſis, facilè hac viâ parari poteſt Tabula angulorum axium Eclipticæ, & Orbitæ ad dena minuta uſque ad eam maximam diſtantiam.

SCHOLIUM.

Inclinatio Orbitæ veræ ad Eclipticam aliis alia placet; licèt de conſtanti parùm diſcrepent. An hæc vel illa præhabenda, tantùm per obſervationes decerni poteſt: ratio tamen calculi ſemper in quavis hypotheſi eadem.

PROPOSITIO XIII. PROBL. VIII.

Data in Syzygiis inclinatione veræ Orbitæ ad Eclipticam, nec non diſtantia Lunæ à nodo proximo, veram Lunæ latitudinem determinare.

SI nodus, & Luna in *S*, patet nullam eſſe latitudinem. Eſto ergo nodus in ☋, & Luna in ☾, latitudo erit *S* ☾. In triangulo ſphærico *S* ☋ ☾, præter angulum rectum ad *S*, datur obliquus ad ☋, & hypothenuſa ☋ ☾, diſtantia Lunæ a nodo: ergo invenietur *S* ☾ omninò ut in 7.huj. declinatio Solis. In eodem exemplo. Locus Lunæ in Orbita eſt *S* 1 12° 39' 37", locus ☋ *S* 1 13° 17' 33". Ergo ☋ ☾ eſt 37' 56'. rotundè 38'. Sic ergo erit calculus. *Fig. ead.*

☋ ☾ 38'	ſin.	l. 8.0435009
S ☋ ☾ 5 1' 30".	ſin.	l. 8.9424568
Quæſ. *S* ☾ ſin. l. 3' 20".		6.9859577

SCHO-

S C H O L I U M.

Extra Syzygias, propter variationes, quæ ſeſe immiſcent, latitudo ſimplex hoc modo reperta, corrigenda adhuc eſt. De quo vide apud Aſtronomos. Cæterùm problema ſolvi poterat etiam per data in Propoſitione præcedenti. Nam ſi Log. tangentis anguli dati ab ☊ addas ſeparatim Log.ſinûs arcûs ☊ *E*; & Log. ☊ *S* datorum, ſumma prior, abjectâ 1 finiſtima dabit angulum axium, ut in propoſitione præcedenti: poſterior ſimiliter mulctata, erit T. log. latitudinis quæſitæ *S* ☾.

PROPOSITIO XIV. THEOR. VI.

In Eclipſibus latitudo centri umbræ, ſeu penumbræ lunaris in Diſco Terræ æqualis ad ſenſum eſt latitudini veræ Lunæ.

Fig. ead.

SI latitudo Lunæ nulla ſit, ejus centrum erit in linea *S T*, ideoque umbræ centrum cadet in *T* centrum Diſci, nullamque ſimiliter habebit latitudinem.

Eſto Luna in ☾, in latitudine *S* ☾. Per Lunæ centrum ſit radius è centro Solis ☾ *G*; qui cum ſit in plano circuli longitudinis *L* ☾ *O*, neceſſariò incidet in axem Eclipticæ *L O*, ſive intra Diſcum, ſive extra, ſi latitudo Lunæ major fuerit radio Diſci. Incidat in *G*.

Demonſtratio. *S T*, ☾ *G* ambæ ad Diſcum rectæ ſunt [*6*. 11. Euclid.] parallelæ; & [*29*. 1. ejuſd.] anguli alterni *S T* ☾, *G* ☾ *T* æquales: ergo latitudo *S* ☾, quæ in Eclipſibus Terræ vix pertinget ad 93', differt à *T G* quantum a ſuo ſinu, nempe inſenſibiliter. Nam chorda gr. 1. 34', ſeu 94'. major eſt ſinu ejuſdem arcûs $\frac{25}{10000000}$, hoc eſt $\frac{1}{400000}$ ſinûs totius. Ergo arcus ille ſua chorda inſenſibiliter major paulo plus excedit ſuum ſinum. In latitudine autem minori, exceſſus ille ſemper minor eſt: ergo pro æqualibus haberi poſſunt. Quod erat &c.

Coroll.

Coroll. Quoniam arcus totus *S* ☾ non differt ſenſibiliter a totâ *TG*, multò minus different ſenſibiliter amborum partes ſimiles. Sinum ergo latitudinis ☾ in Diſco tutò licet in tot partes æquales dividere, aut diviſum ſupponere, quot minuta, aut ſecunda habet latitudinis arcus *S* ☾. Eadem ratione radius Diſci ſecari poteſt in tot partes æquales, quot habet minuta Parallaxis ☾ horizontalis, vix excedens *62'*: ei enim æqualis ſupponi debet radius Diſci; cùm tantus è Luna appareat, conſequenter relativè ad Lunam tantus ſit. Similiter eâdem de causâ dividi poſſunt aliæ rectæ quæcumque in Diſco Terræ.

PROPOSITIO XV. THEOREMA VII.

Apparentia Orbitæ Lunaris in Diſco Terræ eſt linea recta vel verè, vel ſaltem ad ſenſum, & ad axem Orbitæ perpendicularis.

I. SYzygia contingat in ipſo nodo. Orbita *CSD* in Diſco (11. huj.) eſt *CTD* ad axem *pr* normalis, & (Coroll. 3. primæ huj.) linea recta. *Fig. ead.*

II. Syzygia non fiat in nodo; ſed Orbita ſit *C*☾*D*; apparentia Orbitæ in Diſco (Coroll. 2. ſextæ huj.) erit Ellipſis *CGD*, utique acutiſſima, cum ejus diameter maxima ſit diameter Cæli Lunaris *CD*, minima verò dupla rectæ *Te* adhuc minor quam duplum latitudinis, quæ in latitudine in Eclipſibus maxima vix eſt $\frac{1}{60}$ diametri Cæli Lunaris. Itaque Ellipſis illius Segmentum circa medium, quod apparet in Diſco Terræ, non differt ſenſibiliter à lineâ rectâ; cum neque differat arcus ſimilis Ellipſis Æquatoriæ in Diſco Terræ, cujus diameter maxima circiter $\frac{1}{60}$ Diametri Cæli lunaris, ſi declinatio non ſuperet tres, aut quatuor gradus. Quo major autem eſt proportio Diametri minimæ ad maximam, eo magis Ellipſis circa me-

 dium

dium deflectit à lineâ rectâ, & eo minus, quo minor. Potest ergo Segmentum dictum illius Ellipsis tutò pro recta ad sensum haberi; & quia utrinque ad axem Orbitæ, qui & Ellipsis axis minor est, æquabiliter se habet, angulos utrinque æquales facit, ideoque ad sensum rectos. Quod erat ostendendum.

Coroll. I. Quia *Tr* in Disco est axis Orbitæ, *TG* latitudo Lunæ, seu umbræ &c., si in axe Eclipticæ abscindatur *TG* sinus datæ latitudinis in partibus radii Disci, & per *G* ad *Tr* agatur linea ad rectos angulos, hæc erit apparentia Orbitæ in Disco. Si latitudo nulla sit, ea normalis transibit per *T*, erit nempe, ut in primo casu, recta *CTD*.

II. Quia in trigono *TeG* ad *e* rectangulo, hypothenusa *TG* (18, & 32. 1. Euclid.) major est *Te*, summa autem Eclipsis Terræ fit, cùm minima est distantia centrorum Disci, & penumbræ, patet summam Eclipsim tunc solùm convenire in idem momentum cum vera Syzygia, cum *G* est in *T*, hoc est Syzygia fit in ipso nodo: aliàs summa Eclipsis præcedet, aut subsequetur, prout axis Orbitæ occidentalior fuerit, aut orientalior axe Eclipticæ.

III. Quia centrum Lunæ semper est in sua Orbita, & centrum penumbræ in recta è centro Solis per centrum Lunæ; patet centrum penumbræ in Disco non recedere ab apparentia Orbitæ, & in ea pari passu procedere ab occasu in ortum, quo Luna à Sole in sua Orbita. Hinc in Disco *Via Lunæ*, *via penumbræ*, *Orbita Lunæ* sunt Synonyma. Quod si hæc via secetur in minuta motus horarii Lunæ à Sole, sciri poterit pro quovis momento dato intra tempus Eclipsis, ubinam fuerit, sit, aut futurum sit centrum penumbræ &c.

PROPOSITIO XVI. PROBLEMA IX.

In Syzygia datis veris motibus Solis, & Lunæ, hujus vera latitudine, cum angulo in Disco inclinationis Eclipticæ, & Orbitæ, inclinationem ap-

apparentem Eclipticæ, & Orbitæ, hoc est axium earum, nec non motum horarium Lunæ à Sole æquabilem in Orbita apparenti determinare.

ESto $S\,N$ portio Eclipticæ in Disco, $S\,L$ ejus axis; in momento veræ Syzygiæ Sol sit in S, Luna in L, latitudo $S\,L$, nodus proximus in N, eritque $L\,N$ apparentia Orbitæ veræ. $L\,H$ sit verus motus horarius Lunæ in Orbita circa Syzygiam, $S\,s$ sit similis motus Solis in Ecliptica. Jungatur $s\,H$, & per H agatur $H\,a$ parallela ipsi $N\,S$. Fiat $H\,b$ æqualis $s\,S$, & jungantur $b\,S$, $L\,b$, quæ producta, si sit opus, secet $S\,N$ in n. Angulus N est inclinatio Orbitæ veræ ad Eclipticam in Disco per 10 hujus reperta. Huic æqualis est externus $L\,H\,b$, propter parallelas $N\,S$, $H\,a$: & quia $H\,b$, $s\,S$ parallelæ sunt, & æquales etiam (33. 1. Euclid.) $H\,s$, $b\,S$ parallelæ sunt, & æquales. Quoniam una hora ante, vel post Sizygiam Sol est in s, Luna in H, amborum distantia tunc est $S\,H$. Quia verò spectans Lunam è Sole, se, & Solem haberet tanquam fixum in S, & Lunam videret quasi motam motu differentiæ inter $L\,H$, $S\,s$; patet cum Luna est in H distans à Sole s recta $H\,s$, videri perinde ac in eadem distantia ab S, nempe in b. Itaque via visa Lunæ est $L\,b$, & videbitur percurrere $b\,L$, dum percurrit $H\,L$, & similiter cum est in nodo N videbitur esse in n. Motus ergo horarius visus est $L\,b$, & nodus apparens est n: hinc angulus inclinationis Orbitæ visæ ad Eclipticam est $L\,n\,S$ major (16. 1. Euclid.) angulo N. In triangulis $L\,N\,S$, $L\,n\,S$ ad S rectangulis, reliqui duo simul anguli in singulis (32. 1. Euclid.) æquant unum rectum: ergo angulus $L\,n\,S$ tantò major est angulo N, quanto $n\,L\,S$ minor angulo $N\,L\,S$, nempe quantitate anguli $H\,L\,b$, qui additus angulo noto N dabit quæsitum angulum $L\,n\,S$ inclinationem apparentem Orbitæ ad Eclipticam, hoc est (11. hujus) axis illius ad axem hujus. *Tab. V. Fig. 15.*

Resolutio. In triangulo $L\,H\,b$ dantur $L\,H$, $H\,b$ motus horarii veri Lunæ, & Solis, & angulus interjacens

æqualis angulo noto N: ergo per trigonometriam reperietur angulus HLb, & latus Lb motus æquabilis Lunæ à Sole, quæ duo petuntur. Omnia patent ex constructione, ejusque declaratione. Adjicio formam calculi in consueto exemplo.

LH motus horarius verus ☾	37' 36" ——	2256
Hb mot. hor. verus Solis	2 25. ——	145
Summa	40 1. ——	2401
Differentia	35 11. ——	2111
LHb. G.	5 1' 28"	
Summa cæter. G.	174 58' 32"	
Semisumma	87 29 16.	
Semisum. angulorum Gr.	87 29' 16"	T.l. 11.3577862
Differ. motuum ——	2111"	l. 3.3244882
	Summa ll.	14.6822744
Sum. mot. 2401" l. subtr.		3.3802922
Semidifferentiæ — Gr.	87 8' 35"	T.l. 11.3019822
Subtr. ex semisum.	87 29 16.	
Ang. HLb	0 20 41.	
Adde ang. N	51 28.	
Ang. LnS	5 22 9. axium Eclip. & Orb.	
Item LHb Gr.	5 1' 28" ——	sin. l. 8.9424086
LH.	2256" ——	l. 3.3533391
	Sum. LL.	12.2957477
Subt. LbH. Gr.	174 37 51' ——	l. 8.9711484
Lb 2111" 32''' ——		l. 3.3245993
hoc est 35' 11" 32'''.		

Cognitis angulis LHb, & HLb, eorum summa, nempe LnS, dempta ex 180°, relinquit angulum LbH graduum 174 37' 51", quo cognito per secundam analogiam, reperitur Lb ut in exemplo. Quod erat &c.

Coroll. Orbitæ cum Ecliptica, & eorum axium inclinationes (11. huj.) sunt æquales. Si fiat angulus LSM æqualis invento LnS, erit SM axis Orbitæ in Disco Terræ rectus ad Orbitam apparentem

Ln.

L n. Nam angulus *L S M* factus est æqualis angulo *L n S*, angulus *M L S* utrique triangulo communis est: ergo reliquus *L M S* reliquo *L S n* recto æqualis. Cum ergo *M L S* sit acutus, *M* verò rectus, *S L*, & alia quævis recta ab *S* ad *L n*, utrinque ab *S M* (18 ac 32. 1. Euclid.) major est, quàm *S M*: hæc ergo est minima centrorum penumbræ, & Disci distantia, ideoque in *M* fit summa Eclipsis: Quia autem *S M* necessariò [17. 1. Euclid.] cadet ad partes anguli acuti rectæ *S L* cum *L n*, qui angulus semper est ad partes nodi proximi, ad quas Ecliptica, & Orbita convergunt; hinc si Luna in vera Syzygia sit prætergressa nodum, hoc est si nodus sit Lunâ occidentalior, nempe major sit longitudo vera Lunæ, quàm nodi [movetur enim Luna motu proprio ab occasu in ortum] axis Orbitæ in Disco occidentalior erit axe Eclipticæ in Disci semicirculo boreali, si nodus proximus sit ☊, in Australi si ☋. Sed si Luna nondum nodum attigit, nempe longitudinem habeat minorem longitudine nodi, contrarium fiet, ex eadem ratione. Jam si totum *L b* seces in 60 partes æquales, quot harum habebit Segmentum *L M*, tot minutis temporis summa, seu media Eclipsis antevertet, aut sequetur momentum veræ Syzygiæ: hinc ex noto veræ Syzygiæ momento per solam additionem, aut respectivè subtractionem patefiet momentum summæ, seu mediæ Eclipsis. Inveniri etiam potest *L M* quantitas per scalam geometricam in nostro instrumento: nam si quæras quot particulas millesimas radii Disci habeat tota *L b*, & quot *L M*, si fiat ut particulæ totius *L b* ad particulas *L M*, ita 60 ad $4.^{m}$: hic erit, quod quæritur. Verùm cum latitudo Lunæ modica est, ut in proposito exemplo, præstat trigonometricè resolvere trigonum *L M S*, in quo præter angulum rectum ad *M*, notus est angulus ad *S* cum hypothenusa *S L*, cujus resolutionis exemplum extat in 20. hujus sequente.

SCHO-

SCHOLIUM.

Angulus HLb nunquam pervenit ad 30', quare Lb vix differt ab LH dempto motu Solis, nempe Hb, ut patet ex secunda analogia propositi exempli. Hinc *Hirius* utitur motu vero Lunæ à Sole, quod citra errorem sensibilem fit, saltem in latitudine Lunæ non magna.

Dicta in Corollariis hujus, & præcedentis de summâ Eclipsi, intellige de Eclipsi Terræ [aut etiam Lunæ, cui servatis servandis eadem methodus inservit, ut suo loco patebit]. At si sermo sit de occultatione Solis post Lunam, cum hæc absoluta non sit, & universalis, sed respectiva, ac diversis in locis terrestribus diversa, aut etiam nulla, cum alibi est summa &c; pro statuendo momento summæ occultationis non attendenda est distantia vera, & absoluta minima centrorum Solis, & Lunæ; sed respectiva, & optica, hoc est quæ in his, vel illis locis apparet. Hæc tamen ipsa ex Typo Eclipsis Terrestris in 18ª sequenti, juxta datam doctrinam, describendo, nullo negotio per praxes inferius dandas determinabitur.

PROPOSITIO XVII. PROBL. X.

Præparanda ad Typi Ecliptici descriptionem.

I. Methodo communi determinetur momentum veræ Syzygiæ tempore vero pro dato loco Terrestri determinato; & pro eodem momento loca vera Solis, & Lunæ, argumentum verum latitudinis, & [13. hujus] Lunæ vera latitudo. Syzygia pro Eclipsi Terræ est novilunium, pro Lunæ plenilunium.

II. Methodo item communi determinentur motus horarii veri Solis, & Lunæ, & (per præced.) angulus apparens Axium Orbitæ, & Eclipticæ, & eorum plaga; nec non motus horarius æquabilis Lunæ à Sole in Orbita apparenti.

III. Determinetur (3. hujus) angulus axium Eclipticæ,

pticæ, & Æquatoris, & (4. huj.) eorum plaga, & (7. huj.) Solis declinatio.

IV. Determinentur item methodo communi Semidiametri apparentes Solis, & Lunæ, Semidiameter penumbræ correcta, Parallaxis Lunæ horizontalis, cui supponitur æqualis radius Disci. His paratis, facilè Typus describitur, pro quo ad majorem claritatem pono hic duo exempla realia.

An. 1734. Nuvilunium Eclipticum contingit die tertia Maji, & juxta Tabulas *Hirii* Pekini accidit h. 5. 59' 56'' à Mer. tempore vero. Argumentum latitudinis invenitur S. 5. 39° 21' 57''. Necessariò ergo est Eclipsis, quæ contingit Luna descendente ad ☋ in latitudine initio boreali decrescente; at post transgressum nodum transibit in australem crescentem; sed id fiet post verum Novilunium. Itaque præparatio erit, ut sequitur.

EXEMPLUM I.

An. 1734. Pekini ☌ verum Maji d. 3. h. 5. 59' 56'' seu h.6. à M. tempore vero.

Loca vera Solis, & Lunæ S.1 12° 39' 46'' ♉ 12° 39' 46''.

Declinatio Solis Borealis G. 15 40' 40''.

Argumentum latitudinis S.5 29° 21' 57''.

Latitudo ☾ bor. decresc.	3 20. ——	200''
Motus horarius ☾ verus	37 36. ——	2256
Horarius Solis verus	2 25. ——	145
Horarius verus ☾ à Sole	35 11. ——	2111
Idem in Orbita apparente	35 11 32''' ——	2111. 32'''

Angulus axium Eclip. & Orbitæ Gr. 5 22' 9'' Axis Orbitæ ad bor. Orientalior.

Angulus axium Æquin. & Eclip. Gr. 17. 43. 52. Axis Eclip. ad bor. Occidentalior.

Diameter Solis apparens.	31 51. ——	1911''
Diameter Lunæ apparens.	33 11.	
Summa Diametrorum	65' 2''	
Semisum. radius penumbræ.	32 31.	
Radius penumbræ correctus.	32 1 ——	1921''
Parallaxis Lunæ horizontalis) radius Disci)	60 55. ——	3655

An.

An. 1735. fiet ☌ die 15. Octobris, quod Pekini incidet in horam 22. 19' 2'' à Mer. tempore vero hoc est civiliter, die 16. hor. 10. 9' 2'' à *M. N.* Argumentum latitudinis *S.* 0 7° 3' 42'': erit ergo Eclipsis necessariò, quæ continger Luna prætergressa ☊, ideoque in latitudine Boreali crescente. En præparationem.

E X E M P L U M II.

An. 1735. Pekini ☌ ver. tempore vero Octobris 15 22'' 19' 2'' à Mer. seu d. 16 10h 19' 2'' a *M. N.*

Loca vera Solis, & ☾ S. 6 22° 14' 29'' ♎ G. 22 14' 29''.

Declinatio Solis Australis Gr. 8 40' 52''

Argumentum Latitudinis S. 0 7° 3' 43''

Latitudo Lunæ boreal. cresc.	37 1.	—	2221''
Motus horarius ☾ verus.	35 13.		
Horarius verus Solis.	2 29.		

Horarius verus ☾ à Sole 32 44. — 1964'' haberi potest pro æquabili.

Angulus axium Æquatoris & Eclipticæ G. 21 55' 17'' Axis Eclipticæ Orientalior.

Angulus axium Eclipticæ & Orbitæ G. 5 23' 33''. Axis Orbitæ Occidentalior.

Diameter Solis	32 17.	—	1937''
Diameter Lunæ	32 9.		
Summa Diametrorum	64 26.		
Semisumma radius penumbræ	32 13.		
Correctus	31 43.	—	1903''
Parallaxis ☾ horizontalis radius Disci	58 58'	—	3538''

PROPOSITIO XVIII. PROBL. XI.

Typum Eclipsis Terrestris delineare.

Tab. V. Fig. 16. *Tab. VI. Fig.* 17.

DUctis rectis ad invicem normalibus *B A*, oo, *T* puncto concursus, ut centro, radio assumpto ex instrumento propositionis decimæ, describatur pro Disco Terræ circulus, in quo *B A* sit meridiana, oo diameter Æquatoris. Ducatur (4. huj.) *TE* axis Eclipticæ, qui in figura decimasexta, quæ est pro primo exemplo erit ab

ab *TB* ad occidentalem plagam, in figura decimaſeptima pro ſecundo erit ad orientalem. Chordam arcûs *BE* prædictum inſtrumentum ſuppeditat, quod nota pro ſimilibus. Agatur item axis *TO* orbitæ apparentis in primo exemplo orientalior, in ſecundo occidentalior *TE* axe Eclipticæ. In partibus radii Diſci milleſimis quæratur quot earum conveniant minutis latitudinis Lunæ; ut in primo exemplo fiat, ut 3653" parallaxis horizontalis ad 1000 radium Diſci, ita latitudo Lunæ 200" ad quartum: inveniuntur partes 54, 75. In ſecundo exemplo, ut 3538 ad 1000, ita 2221 ad quartum: inveniuntur partes 627, 76. prope. Inventarum partium duplum, (ſi non excedet 1000, ut in primo exemplo ſunt partes 109 $\frac{1}{2}$) accipiatur Scalâ geometricâ, & abſcindatur à *T* verſus *E* in axe Eclipticæ, quoniam latitudo datur Borealis, (infra *T* abſcindendum eſſet in *TE* producta, ſi daretur auſtralis) & habebitur punctum *L* latitudo centri penumbræ in momento veri novilunii. In ſecundo exemplo acceptis e Scalâ inventis particulis, fiat *TL* earum dupla; & habebitur ſimiliter punctum *L*. Per *L* demittatur ad *TO* axem orbitæ perpendicularis *NL*☊, eritque Orbita Lunæ apparens utrinque extra Diſcum producenda; & punctum, ubi ea ſecat *TO*, eſt punctum, in quo fit ſumma Eclipſis Terreſtris.

Præterea, ſimiliter, ac ſupra pro latitudine, quærantur partes milleſimæ radii convenientes motui horario dato Lunæ à Sole. In primo exemplo inveniuntur partes 578, in ſecundo 555. Quia radius Diſci duplus eſt lateris ſcalæ, hæ particulæ è ſcala excerptæ erunt motus $\frac{1}{2}$ horæ. Si ☌ verum incidat exactè in horam integram, aut ſemihoram, ut in primo exemplo in hor. 6, intervallo partium inventarum (ſcilicet hîc 578) abſcindantur utrinque ab *L* in Orbita 5 aut 6 intervalla æqualia, quorum ſingula erunt ſpatium, quod centrum penumbræ intra ſemihoram percurrit. Semihoris biſariam ſectis habentur quadrantes; his triſariam ſectis, habentur quina minuta, quorum ſingulis intervallis ſectis in

H quin-

quinque partes æquales, secta erit Orbita in singula minuta motus horarii apparentis Lunæ in Orbita; seu centri penumbræ. Puncto *L* adscribatur hora veri Novilunii, in exemplo h. 6, cæteris ordine suo, nempe ab *L* ad sinistram 5, 4, 3, &c. Ad dexteram 7, 8, &c. si hora ☌ veri non sit hora, aut semihora integra, aut etiam quadrans, ut in secundo exemplo h. 22 19', quia desunt ad h. 22 30' minuta 11; fiat, ut 30' ad 555, ita 11 ad quartum: inveniuntur partes 203 $\frac{1}{2}$ convenientes 11 minutis motûs, quæ abscindantur ab *L* ad dexteram, quoniam h. 22 30'. posterior est h. 22 19'. Ex harum termino, qui, ut patet, spectat ad horam 22 30', perficiatur divisio, ut in priori casu.

Tandem quærantur similiter partes millesimæ convenientes radio correcto penumbræ. In primo exemplo sunt 526 ferè, in secundo 538 ferè. Earum duplum accipiatur è scala, tum radio composito ex iis partibus, ut dictum est duplicatis, & radio Disci, ex centro *T* secetur Orbita in punctis *N*, & ☊; perfectusque erit Typus, cujus constructio ex demonstratis plenè patet; usus mox patebunt.

S C H O L I U M.

Sunt, qui radium Disci secant in tot partes æquales, quot habet minuta Parallaxis horizontalis; & in eâ sic divisa accipiunt minuta latitudinis, motus horarii &c. Sed res minus exacta est, & molestior præsertim si data Parallaxis habeat adnexa secunda non admodum pauca ultra, aut citra minuta prima, aut si minutorum numerus sit primus, ut in secundo exemplo est m'. 59'. Per Scalam autem geometricam res exactissimè, & facillimè expeditur.

PRO-

PROPOSITIO XIX. PROBL. XII.

Phases Eclipsis Terrestris ex Typo per circinum determinare.

I. SUmmæ Eclipsis momentum dat punctum M concursus Orbitæ cum suo axe (16. hujus) quod ex Orbita in horas divisa notum est. Si centro M radio penumbræ circulus describatur, is erit phasis summæ Eclipsis. Si is circulus totus cadit intra Discum, ut in figura 16, contingit totalis immersio; sin minus ut in figura 17, non contingit. Pariter si punctum M est intra Discum, cum nempe latitudo Lunæ non superat radium Disci; centrum penumbræ Terram ingreditur, & alicubi Sol centraliter occultabitur: contra si M sit extra. Momenta initii, & finis Eclipsis Terræ dant puncta N, & $\mathcal{Q}$, nempe N initium, $\mathcal{Q}$ finem, ambo nota ex horis Orbitæ: & Tempus ab initio ad finem usque dat totam durationem. Si omnia diligenter descripta sint, necessariò NM æqualis est $M\mathcal{Q}$: nam ductis TN, $T\mathcal{Q}$, ex constructione æqualibus, anguli TNM, $T\mathcal{Q}M$ (5. 1. Euclid.) æquales sunt; item anguli ad M recti æquales: ergo (26. 1. Euclid.) MN, $M\mathcal{Q}$ æquales. Hinc momentum mediæ, & summæ Eclipsis idem est. Similiter si petantur momenta totalis immersionis, & initii emersionis, abscindatur in radio Disci radius penumbræ: intervallo residui ex centro T notentur in Orbita puncta CD, eritque C momentum totalis immersionis, D initium emersionis, CD tempus moræ umbræ totalis in Terra, quod similiter patet dividi bifariam in M. Puncta, ubi Orbita utrinque secat perimetrum Disci, sunt momenta, quibus centrum penumbræ ad plagam Occidentalem Terram intrat, ad Orientalem deserit. Puncta I, & F, ubi rectæ TN, $T\mathcal{Q}$ eundem perimetrum secant, sunt loca, in quibus penumbra primò Terram mordet in I, ultimò deserit in F, nempe in I primò videtur Eclipsis, in F ultimò videri desinit.

Figuræ eadem.

 Quan-

Digitized by Google

Quantitas summæ Eclipsis habetur, si axis Orbitæ secetur in partes æquales, qualium radius penumbræ habet *6* inchoando à puncto *O*, si ipsum versùs sit Lunæ latitudo, aliàs ab opposito. Hæc divisio continuanda, donec totam penumbræ in terra diametrum transcendat. Limes penumbræ centro *T* propinquior ostendet Eclipsis summæ digitos. In primo habentur dig. *16* & 44' circiter; in secundo dig. 10 7' circiter. Si radium totum *TN* minuas successivè digito 1, 2, 3 &c., quandiu residuum non fiat minus quàm *TM*; & intervallo residui notentur ex *T* utrinque puncta in Orbita, scietur quo tempore Eclipsis sit 1, 2, 3 &c. digitorum.

An intra penumbram umbra pura terram attingat, scietur ex datis diametro Solis, & radio penumbræ. Si radius penumbræ major sit diametro Solis, datur umbra pura, cujus latitudo in Terra dupla est excessûs ejus radii supra diametrum Solis: ut in primo exemplo excessûs est 10"; ergo umbra pura habet 20" decem hinc, decem inde ab Orbita. Si dicta diameter, & radius sint æquales, umbra pura erit unicum punctum, cujus via est ipsa Orbita. Sed si radius penumbræ minor sit diametro Solis, ut in secundo exemplo, non erit in Terra umbra pura. Itaque si ex punctis, in quibus circulus penumbræ in summa Eclipsi secat axem Orbitæ, abscindatur orbitam versus diameter Solis in partibus millesimis radii Disci accepta; & per extrema segmentorum utrinque ab Orbitæ linea ducantur duæ parallelæ ipsi Orbitæ, Zona his Parallelis inclusa erit in primo casu spatium totum terrestre, quod umbra pura attingit. In secundo casu, ut dictum est, umbra pura est in sola Orbita. In tertio casu alium habet usum ea Zona, ut inferiùs dicetur. Tandem per concursus intra Discum penumbræ cum axe Orbitæ in summa Eclipsi, si ducantur tangentes circulum penumbræ (hæc unica erit, cum umbra non tota immergitur) hæ tangentes determinabunt totum Telluris spatium, quod patitur Eclipsim. In primo exemplo spatium hoc duabus tangentibus clauditur in secundo unica, & perime-

metro Diſci ex altera parte. Extra has nihil Eclipſis occurrentis conſpici poterit.

Prædicta omnia ex demonſtratis ſatis patent; quia tamen ſunt ſequentium fundamentum, adhuc breviter oſtendo ſingula. Summam Eclipſim fieri, cum penumbræ centrum eſt in M, oſtenſum eſt in 16. hujus. Quoad initium, & finem patet Eclipſim tunc incipere, cùm primò, & abſolvi, cùm ultimò penumbra Terram ad extra tangit. Hoc primò fit, cum centrum penumbræ eſt in I ad partes Occidentales (penumbra enim, & Luna ab Occaſu in ortum progreditur) & ultimò, cum in ☊ ad partes Orientis. Nam TN, T☊ ſunt ſumma radiorum Diſci, hoc eſt Terræ, & penumbræ: ſunt autem TI, TF radii Terræ: ergo I N F ☊ ſunt radii penumbræ; quare circulus penumbræ habens centrum in N, tranſit per I, & habens in ☊ tranſit per F; ibique (12. 3. Euclid.) Terram tangit ad extra. Similiter TC, TD ſunt differentiæ radii Terræ, & penumbræ, hic CH, DG ſunt radii penumbræ; ergo hujus centro appulſo ad C, ejus circulus tranſit per H; & cum eſt in D tranſit per G; ibique (11. 3. Euclid.) Terram tangunt ad intra. Centro ergo penumbræ poſito in C fit totalis immerſio, & cum eſt in D incipit emerſio. Pariter pro aliis phaſibus, cum puncta Orbitæ notentur radio TN mulctato 1 digito, nempe $\frac{1}{12}$ diametri penumbræ, aut 2, aut 3. &c. patet ſi è notatis punctis, ut centris circuli penumbræ ducantur, diametri eorum tantam portionem cadere intra Diſcum, quanta minutus fuit radius TN. Tandem cum centrum penumbræ motu ſuo conſtanter in Orbita deſcribat lineam rectam ad axem Orbitæ normalem; ita puncta extrema diametri illius ad eum axem Parallelæ deſcribunt ſimiles lineas parallelas Orbitæ, ideoque ad axem normales, quales ſunt (18. 3. Euclid.) tangentes quas duximus: conſequenter ſunt partis Terræ Eclipſim patientis termini, cum (17. 3. Euclid.) circulus penumbræ totus intra illas maneat. Rectè ergo omnia determinantur. Quod erat &c.

Om-

Omnia prædicta, paucis exceptis Eclipsi Terræ propriis, etiam Eclipsibus Lunæ sunt communia, ut in 29. hujus declarabitur.

PROPOSITIO XX. PROBL. XIII.

Eclipsis Terrestris phases calculo investigare.

Figura eadem. Licet prædicta omnia circino satis exactè determinentur, præsertim si typus satis amplus sit, & exactè descriptus, quod arduum non est; tamen calculi trigonometrici methodum hîc omittendam non censeo, ex quo clariùs adhuc patebit methodi geometricæ consensio. Breviter tamen expediam, cum in nullo differat à methodo communiter in Lunæ Eclipsibus usurpata.

Itaque in triangulo *TLM* ad *M* rectangulo nota est hypothenusa *TL* nempe data Lunæ latitudo; in primo exemplo 3' 20", hoc est 200"; item notus angulus *MTL* axium Orbitæ, & Eclipticæ, & inde ejus complementum *TLM*; quare inveniri potest *LM* distantia inter ☌ verum, & summam Eclipsim, nec non *TM* distantia minima centrorum. Forma calculi patet ex adjecto exemplo.

LTM	Gr. 5. 22' 9"	sin.	l. 8.9711484
TL	200"	—	l. 2.3010300
LM Quæs.	18 43'''		1.2721784
Item *LTM*	—	sin. comp.	l. 9.9980883
TL.	200"	—	l. 2.3070100
TM.	199 12'''		l. 2.2991183

Inventa *LM*; fiat, ut motus horarius Lunę in Orbita apparenti 2111", 32''' ad 60', seu 3600' unius horę, ita *LM* 18" 43''' ad quartum. Invenies 32" temporis addenda momento ☌ veri (in exemplo) ut fiat tempus summæ Eclipsis.

Co-

Digitized by Google

Rad. Diſci — 3653"		
R. Penumb. — 1921		
Summa TN — 5574		
TM — 199		
Summa — 5773	l. 3.7614016	
Differ. — 5375	l. 3.7303785	
Summa Log.	7.4917801	
Semiſum. MN 5570" ½	3.7458901	

Cognito TM, latere communi trigonorum TNM, $T☊M$, TCM, TDM, cum etiam in ſingulis notę ſint hypothenuſę TN, $T☊$, TC, TD, invenientur MN, & ei æqualis $M☊$, item MC; & ei æqualis MD, ut in appoſito exemplo pro invenienda TN. Inventa autem MN in min. ſec. fiat, ut ſupra, ut motus hor. 2111" 32"' ad 60', ſeu 3600, ita MN ad quartum inveniuntur 9590" temporis, quæ diviſa per 3600" dant horas 2 38' 20" auferendas à momento ſummæ Eclipſis, ut habeatur initii tempus, addendas pro fine. Earum duplum eſt tota Eclipſis Terreſtris duratio hor. 5 16' 40". Similiter procedendum pro aliis phaſibus unicè cavendo, ut loco TN ſummæ radiorum Diſci, & penumbræ, aſſumatur TC eorum differentia, vel TN mulctata 1 digito, 2 &c. pro phaſi, de qua ſit quæſtio. In primo exemplo ſumma Eclipſis invenitur h. 6 0' 32", initium h. 3 22' 12", finis h. 8 38 52". In ſecundo exemplo LM invenitur 6' 22" ½ temporis ſubtractivi: ergo ſumma Eclipſis h. 22 12' 39" ½, initium h. 19 41' 8", finis h. 24 44' 11", hoc eſt h. 0 44 11" à merid.. Duratio tota h. 5. 3' 3". In propoſitis figuris licet ſatis parvis circino ferè idem invenies, modo in figura 16, horis Orbitæ addas ½ horam; horæ enim ibi notatæ ſunt pro loco occidentaliore quàm Pekinum Gr. 7 30', pro inferius faciendis.

Tandem è ſumma diametrorum Diſci, & penumbræ auferatur TM diſtantia centrorum. Differentia comparetur cum digitis penumbræ: hoc eſt fiat, ut radius penumbræ in minutis ſecundis ad 6 digitos, ita dicta differentia ad quartum.. Is erit quantitas ſummæ Eclipſis. In primo exemplo invenitur dig. 16 47' in figura apparent

16

16 40' paulò plus. In ſecundo invenitur dig. 10 9', in figura, licet parva, idem habetur. Ex quibus patet, ſi Diſcus amplus fiat, radii ſcilicet ſaltem palmaris, & exactè delineetur, nec non menſuræ exactè accipiantur; rarò inventum iri inter calculum, & menſuras diſcrepantiam, quæ pauca ſuperet ſecunda, hoc eſt ullius momenti.

PROPOSITIO XXI. THEOR. VIII.

Si in Cœlo Lunæ intelligatur planum ſecans cylindrum, ſeu conum potiùs radiorum Solis centralium ad Diſcum Terræ, huic Diſco parallelum, ſimiles in eo, ac in ipſo Diſco baſi hemiſphærii illuminati, ideoque, & ejus cylindri, ſeu coni, projectiones ſuperiùs expoſitæ fient.

Tab. VI. Fig. 18. ESto Sol *S* in radio *ST* per centrum diſci *AVBP*. In hoc *AB* ſit axis Æquatoris, *TE* Eclipticæ, *TL* latitudo Lunæ, *VP* Orbita &c. Intelligantur radii Solis centrales ad perimetrum Diſci, qui conum rectum efficient, cujus axis *ST*. Coni hujus ſegmentum à Terra ad Cœlum Lunæ, quæ diſtantia comparativè ad Solis diſtantiam modica admodum eſt, à cylindro recto (1. huj.) non differt ſenſibiliter. Secet axis *ST* planum prædictum in *t*. Quoniam ſectio plani Paralleli ad baſim coni, aut cylindri, cum cono aut cylindro circulus eſt (41. Apollo. vel 1. Sereni) ejus centrum eſt *t*.

Demonſtratio. Triangulum *ASB* per axem, ideoque per *T*, *t* tranſiens ſecat utrumque circulum biſariam; ſicut ergo *AB* eſt diameter, ita & *ab*; ſunt autem (16. 11. Euclid.) ad invicem parallelæ, & in eodem plano; ergo cum *AB* ſit in plano meridiani, & *B* ad boream, *A* ad Auſtrum pertineat; ita etiam *ab*, in quà *b* & *a* eodem reſpectivè ſpectant. Præterea trigonum *STE* ſecat

-at circulum ſuperiorem in recta *t e*, quæ proinde ibi eſt apparentia *T E* axis Eclipticæ, & huic (16. 11. Euclid.) parallela; cum ergo etiam *TB*, *t b* oſtenſæ ſint parallelæ, anguli *e t b*, *ETB* [10. 11. Euclid.] æquales ſunt, & projectiones axium Æquatoris, & Eclipticæ ſimiles in utroque plano. Inſuper in triangulo *STL* propter parallelas *TL*, *t l*, eſt (4. 6. Euclid.) ut *ST* ad *TL*, ita *S t* ad *t l*, & alternando ut *ST* ad *S t*, ita *T L* ad *t l*: ſed ut *S T*, ad *S t* ita *TE* ad *t e*: ergo (22. 5. Euclid.) ut *T L* ad *t l*, ita *T E* ad *t e*, & alternando ut *T L* ad *TE*, ita *t l* ad *t e*: ergo ſicut *T L* eſt latitudo Lunæ in radio *TE*, ita *t l* in *t e*. Ad hæc trigonum *S V P* ſecat circulum ſuperiorem in recta *u p* parallela ipſi *V P* Orbitæ in Diſco; conſequenter *u p* eſt apparentia Orbitæ in circulo ſuperiori, ac neceſſariò tranſit per *t l*. Nam quia parallelæ ſunt *V P*, *TB* ipſis *u p*, *t b*, anguli *VCT*, *u c t* ſunt æquales. Similiter æquales oſtenſi ſunt anguli *CTE*, *c t e*: ergo *TL* pars radii *TE*, latus oppoſitum angulo *TCL* in triangulo, quem Orbita facit cum axibus *TB*, *TE*, (4. 6. Euclid.) ſimilis eſt parti axis *t l*, cum quo & axe *t b* orbita *u p* æquiangulum priori facit triangulum. Oſtenſa autem eſt ipſi *TL* ſimilis *t l*: ergo *u p* per *l* tranſit, & quia cum prædictis axibus æquales angulos facit, ac *Vp* in Diſco, *Vp*, *u p* ſunt ſimiliter poſitæ. Eadem viâ concluditur de quibuſvis aliis lineis rectis, earumque ſegmentis, punctis horariis Orbitæ &c. Et quia Ellipſes per lineas rectas ſinuum determinantur, etiam de Ellipſibus demonſtratio concludit. Quod erat &c.

Coroll. I. Patet hinc perinde eſſe, ſive concipiantur radii Solis centrales ad Terram efformare cylindrum, ſive conum, qualis reverà eſt. In utraque enim hypotheſi projectiones ſimiles ſunt, & omnia proportionalia; conſequenter in utroque Diſco partium ſimilium menſuræ eundem numerum dant.

II. Patet eandem exhiberi ſpeciem ſpectanti faciem Diſci Terræ, ſi deſcriptæ projectiones eſſent viſibiles, è

Cœlo Lunæ, ac ſpectanti faciem inferiorem prædicti plani in Cœlo Lunæ è Terra, & perinde, ac ſi deſcripti typi ſupra oculos elati ſpectes adverſam ſuperficiem. Unicè intereſt, quod prior ſpectator videt per Diſcum ferri penumbram, & hujus centrum per Orbitæ lineam *VP*, loca autem terreſtria per Ellipſes ſuæ latitudinis; ac poſterior videt per Orbitam *up* ferri centrum ipſius Lunæ, & Solem per Ellipſim latitudinis, in qua ipſe Spectator eſt: Patet enim per eaſdem lineas videri Solem è Terra, per quas Terra è Sole. Hinc cum centrum penumbræ eſt in *L*, & locus terreſtris, puta in *E*; è Terra apparet centrum Lunæ in *l*, & Sol in *e*: ita de reliquis. Porrò ex hoc conſequens eſt ex deſcripto Terreſtris Eclipſis typo, etiam defectus Solaris phaſes colligi poſſe, quod mox præſtabimus.

III. Patet cur radius Diſci, hoc eſt Terræ, ponatur æqualis parallaxi Lunæ horizontali, quia nempe tantus è Luna apparet, conſequenter eſt Terræ magnitudo reſpectiva ad Lunam, & penumbram in datâ Solis, & Lunæ à Terra diſtantia. Et quia minuta quaquaverſum ſunt æqualia; ideo cæteræ menſuræ omnes ad partes radii Diſci revocandæ, prout æqualis datæ pro tempore parallaxi Lunæ horizontali.

PROPOSITIO XXII. PROBL. XIV.

E Typo Eclipſis Terræ defectus Solaris tempus, & phaſes omnes pro dato loco terreſtri determinare.

Tab.V., & VI. Figur. 16. 17.

IN Typis propoſitis, delineetur præterea (8, & 9. hujus) arcus diurnus apparentiæ Paralleli latitudinis dati loci, quæ vel erit (5. hujus) Paralleli Diameter, vel (6. hujus) Ellipſis. Ut in propoſitis figuris deſcriptus eſt arcus diurnus Ellipſis ſpectantis ad latitudinem Pekinenſem, nempe borealem Gr. 40. Quia figuræ amplæ non ſunt, Ellipſes habent ſectas tantum in ſemihoras, ut pro

pro exemplo satis est. In hujusmodi Ellipsi (Coroll. 3. 9. hujus) scitur pro quovis dato tempore, ubi sit datus locus Terrestris; & in Orbitâ sectâ in horas &c. scitur ex dictis, item pro dato tempore, locus centri penumbræ: quare sumpto jam Disco pro plano circulari illi parallelo in Cœlo Lunæ, scitur (Coroll. 2. præced.) ubi Solis, ubi Lunæ centrum appareat; hinc sicut in Disco centrorum Terræ, & penumbræ distantiam metiri licet, ita in eodem sub aliâ consideratione distantiam centrorum Solis, & Lunæ, consequenter initium, finem, phases denique omnes, earumque tempus nota facere licere consequens est. Quod ita præstabitur.

I. Deducto circino ad intervallum radii penumbræ NI, positaque una cuspide in puncto M, aut L, invenitur, in figura 16, cuspis altera non pervenire ad punctum temporis in Ellipsi cognomen ejus, quod in Orbita spectat ad puncta M, aut L: ergo in momento ☌ veri, vel summæ Eclipsis Terræ penumbra nondum attigit datum locum, nempe in exemplo, Pekinum. Dico nondum attigit, nam tempus in Ellipsi cognomen ei, ad quod spectat M, aut L, est ab his punctis ad plagam orientalem; præteriisset, si esset ad Occidentalem, ut in secundo exemplo. Quare in priore casu defectus Solis Pekini nondum cœpit, in posteriore finitus jam est. Itaque promoveatur circinus in Orbitâ ad partes dati loci, donec inveniatur distantia centri penumbræ à dato loco æqualis radio penumbræ nempe ubi circini cuspide unâ stante in aliqua horâ Orbitæ, altera præcisè attingit cognominem in Ellipsi. In primo exemplo promovendo circinum in Orbitâ usque ad horam 6 54' 30", quâ Pekini in datâ Solis declinatione Sol occidit, distantia illa invenitur semper major radio penumbræ. Ergo Occidente Sole penumbra Pekinum nondum attigit; consequenter ea Eclipsis Pekini est inconspicua. Hinc nota in propositâ figurâ numeros horarum Orbitæ adscriptos non esse earum, quæ Pekino conveniunt, sed loco occidentaliori Gr. 7 30'; propter rationem, de Fig. 16.

 qua

qua mox. Itaque pro iis, quæ dixi horas illas mente auge 30', hoc eſt in h.V. 30" intellige h.VI., In VI. intellige VI. 30' &c. Proponatur jam locus Pekino occidentalior Gr.7 30', in quo nempe in momento ☌ veri, quo Pekini numeratur h.VI. numeretur h.5.$\frac{1}{2}$; & pro hoc ſunt horæ adſcriptæ Orbitæ in figurâ. Pro hoc loco invenitur dicta diſtantia in hor. 6 28': horâ ergo 6 28' Sol ibi incipit deficere, nempè apparet Lunæ cum Sole contactus. Promoveatur ulteriùs circinus in eadem Orbita, donec iterum inveniatur diſtantia centri penumbræ à dato loco æqualis radio penumbræ; & ſcietur momentum, quo penumbra eum locum deſerit, nempe deliquii Solaris finis. Tandem inter puncta initii, & finis inventa, quæratur circino quænam puncta temporis cognomina in Orbitâ, & Ellipſi minimè omnium à ſe invicem diſtent & ipſa erunt momentum ſummæ Eclipſis, ſive defectûs Solaris in dato loco, quod raró admodum idem erit cum momento mediæ Eclipſis; hoc eſt tempus ab initio defectûs uſque ad momentum ſummi, plerumque tempori à ſummo ad finem non erit æquale. Cum enim Otbita non ſe habeat æquabiliter ad Parallelorum apparentias; ita acceſſus, & receſſus centri penumbræ ab illis, hoc eſt Lunæ à Sole, vix uniformis eſſe poterit. Ita in figura 17, initium defectus Solis Pekini fit Oct. d. 15, h.19 44' 0" a meridie. Summa Eclipſis h.21 1' 0" finis hor. 22 11" 0". Hinc Duratio tota hor. 2. 27', & ſemiduratio hor. 1 13' 30", quæ addita initio dat mediam Eclipſim hor. 20. 57' 30". Præcedit ergo Eclipſis media ſummam 3' 30" temporis: & ab initio ad ſummam ſunt hor. 1 17. à ſumma ad finem hor. 1 10.

Fig. 17.

Fig. 16.

At in figura 17, cum poſt horam 6 28', uſque ad 6. 54' 30", quo in poſito loco Sol occidit, nempe in puncto *S*, diſtantia ſemper inveniatur minor radio penumbræ, indicio eſt, ibi finem Eclipſis contingere poſt Solis occaſum, ideoque inconſpicuum, & Solem occidere cum defectu. An autem occaſus Solis contingat ante an poſt ſummam Eclipſim, hoc eſt an occidat Sol in emer-

emerſione an in immerſione ita ſcietur. Demittatur ex *S* puncto occaſûs Solis ad Orbitam normalis *Se*. Hæc ſi incidat in momentum occaſûs in Orbita, Sol occidit ipſo momento ſummæ Eclipſeos (præſcindendo a refractione); ſi cadat in punctum temporis ante occaſum, ſumma Eclipſis fiet ſupra horizontem, & Sol occidet in emerſione; ſi in tempus poſt occaſum, ut in exemplo cadit in hor.6. 59' circiter, poſt occaſum Solis 4' $\frac{1}{2}$ circiter, Sol occidit in immerſione ante ſummam Eclipſim. Hæc proportionaliter intelligenda de Sole oriente cum defectu; nempe orietur deficiens in immerſione, ſi oriatur ante ſummam Eclipſim, in emerſione, ſi poſt.

Quantitas ſummi defectûs, ut etiam ejus, cum quo Sol oritur, aut occidit in Eclipſi horizontali, ſic invenitur. Diſtantia centri penumbræ a dato loco in datâ phaſi abſcindatur è radio penumbræ: reſidui quantitas nota fiat in partibus radii Diſci milleſimis; quod fiet ſtatim per ſcalam geometricam. In iiſdem partibus fiat ſimiliter nota Solis diameter apparens: tum fiat, ut diameter Solis in hujuſmodi partibus ad 12 digitos, velut ſemiſſis earum partium, nempe Solis radius ad digitos 6, ita partes prædicti reſidui ad quartum; is erit quantitas quæſita defectus; eritque is Auſtralis, ſi datus locus ſit in Typo Borealior centro penumbræ, aut contra, quod plerumque ipſa Typi inſpectio ſuggeret. Porrò quantitas in ortu, vel occaſu, ſic reperta ea eſt, quæ apparet ſeclusâ refractione: at quia hæc ortum accelerat, occaſum retardat, in occaſu apparebit nonnihil major in immerſione, minor in emerſione; e contrario in ortu. Quanquam eadem refractio plerumque prohibet ne phaſes horizontales exactè obſervari poſſint.

Simili artificio inveniuntur phaſes aliæ quæcumque, ut pro ſingulis quadrantibus horarum &c. Quod ſi libet etiam prænôſſe, quando deliquium futurum ſit datæ quantitatis infra ſummam, puta 1, 2, 3 &c. digitorum tam in immerſione, quam in emerſione; ſe-

ce-

cetur tota Solis diameter in 12 partes æquales, tum radio penumbræ mulctato $\frac{1}{12}$ diametri Solaris quærantur, ut ſupra, duo puncta in Orbitâ poſt initium Eclipſis Solaris unum, alterum ante finem, inter quæ & momentum reſpectivè cognomen in Parallelo, hoc eſt datum locum, intercedat ea diſtantia exactè; & in iis punctis defectus erit 1 digiti. Radio penumbræ multato $\frac{2}{12}$ diametri Solaris, invenies tempus defectûs 2 digitorum, & ita in reliquis: poteritque inventarum phaſium, earumque temporis digeri catalogus. Cæterum phaſis cujuſque quantitas etiam ſine calculo haberi ſatis exactè poteſt. Nam notata Solis diametro in axe Orbitæ a puncto, ubi eum ſecat penumbra ſummæ Eclipſis Terreſtris ad partes Paralleli dati loci, ac diviſa in 12 partes æquales nempe 12 digitos ſerie orbitam verſus procedente, & horum ſingulis in 6, aut 10 partes æquales ſubjectis, ſi e puncto Ellipſis, ubi apparet datus locus in datâ phaſi ducatur linea occulta Parallela Orbitæ, vel diſtantia centri penumbræ à dato loco, applicetur diametro Solis in axe Orbitæ, poſito circino in puncto *M*, illa parallela vel cuſpis circini altera oſtendet defectûs quæſiti digitos, & minuta dena vel ſena: intermedia autem, ſi occurrant, facilè æſtimari poterunt abſque errore alicujus momenti. Circa ſummam Eclipſim illud præterea notandum: ſi occurrat centrum penumbræ, ac datum locum in idem punctum coire, nempe ſi punctum concursûs Orbitæ cum Parallelo loci, utrobique pertineat ad idem momentum in dato loco, ibi ſummam Eclipſim centralem eſſe, & quidem totalem cum morâ, ſi penumbræ radius major ſit, quam Solis diameter; ſine morâ, ſi æqualis; at ſi minor, Eclipſis erit centralis annularis. In totali cum morâ, ſummus defectus paulo major 12 digitis; in totali ſine mora, præcisè 12 digitorum. In annularibus, cum nullibi Sol totus tegatur, reipsà ubique minor eſt 12 digitis: haberi tamen poteſt pro 12 digitis in limitibus Zonæ utrinque ab Orbitâ, de qua in 19. hujus: ubi nem-

nempe apparet contactus ad intra Lunæ, & Solis, borealis quidem in limite boreali, australis in australi; & tunc digiti æstimantur ex parte contactui diametraliter opposità. Locis omnibus extra eam Zonam, sicut extra Zonam umbræ puræ defectus est partialis minor 12 digitis. In totali cum morâ, quantitas moræ definitur ex tempore summæ Eclipsis, & eo, quo distantia centri penumbræ à dato loco ante, & post summum defectum, invenitur æqualis differentiæ radii penumbræ à diametro Solis; Similiterque definitur quamdiu defectus spectandus sit annularis &c.

Prædicta omnia ex demonstratis clara sunt: pauca ergo addo pro demonstratione.

I. Cum radius penumbræ attingit primò, & ultimò aliquem locum Terrestrem, incidit in hunc radius per apparentem contactum exteriorem Solis & Lunæ; quippe hujusmodi radii circumscribunt totam penumbram; ergo cum ex dato loco per eundem radium videantur limbi convergentes Solis, & Lunæ; clarum est ibi tunc videri eum contactum; consequenter est initium, aut finis defectûs. Porrò ille radius tunc in locum incidit, cum à centro penumbræ distat hujus radio: nam in majori distantiâ umbra ad eum non pervenit, in minori locus intra penumbram est, non in ipso limite. Est autem radius penumbræ æqualis radiis apparentibus Solis, & Lunæ simul; consequenter in Disco per Cœlum Lunare tunc distantia centrorum Solis & Lunæ apparet æqualis, seu similis radio penumbræ: Ergo utravis utaris in Disco, initium & finem Eclipsium ritè determinabis.

II. Penumbra in Disco Terræ pari, vel proportionali passu procedit (21.huj.) ac Luna in plano Parallelo Disco Terræ in Cœlo Lunari: quantum ergo penumbræ in datum locum immergitur, tantumdem Luna in Solem videbitur immergi. Pars ergo Solis tecta proportionalis est parti penumbræ immersæ. Sed pars tecta subducta è summa radiorum Solis, & Lunæ relinquit distan-

ſtantiam viſam centrorum, & pars penumbræ immerſa ſubducta è radio penumbræ relinquit diſtantiam centri penumbræ à dato loco proportionalem diſtantiæ viſæ centrorum; ergo utramlibet diſtantiam ſubtrahas è Solis diametro, ſemper relinquitur pars Solis tecta, nempe phaſis quantitas. Cùm ergo partes (15.5.Euclid.) ſint ut tota, ſi fiat ut tota diameter Solis ad 12, vel ſemidiameter ad 6, ita data pars ad quartum, patet hunc eſſe defectûs quantitatem.

III. Summa Eclipſis Solis tum eſt in loco quopiam, cum ibi minima apparet dictorum centrorum Solis, & Lunæ diſtantia: ſed horum diſtantia ſimilis eſt diſtantiæ centri penumbræ à dato loco: ergo praxis quoad omnia rectè procedit. Quod erat oſtendendum.

Coroll. I. Ex dictis patet cur, & quomodo fiat defectum Solis alicubi contingere integrè ante, vel poſt momentum ☌ veri. Nam radius penumbræ ſemper multo minor eſt radio Diſci. Quare cum centrum penumbræ eſt in *L* ſæpius remanent utrinque partes Terræ tam occidentaliores, quas penumbra jam reliquit, quàm orientaliores, quas nondum attigit, attinget autem poſtea: quod inſpectione propoſitorum Typorum patet.

II. Patet, licèt dati loci Parallelus ſit intra partem Diſci obumbrandam non inde certò colligi in dato loco ſpectatum iri defectum Solis: fieri enim poteſt, ut ſit in primo Exemplo, loco Pekinenſi, diſtantiam centri penumbræ a dato loco, quamdiu eſt in arcu diurno Paralleli, ſemper eſſe majorem ejus radio: ſed ſpectari poterit in locis ſub eodem Parallelo occidentalioribus. Pariter ſi locus ſit in parte ejus Paralleli occidentali extra limites penumbræ, & quando ad limitem pervenit centrum penumbræ, ab eo puncto jam receſſit ultra ejus radium, Eclipſis erit inconſpicua: licet enim Eclipſis tota ſit ſupra horizontem ejus loci; tamen Parallaxis Lunæ ejus conſpectum eripit.

III. Patet cur defectuum horizontalium duratio, cæteris paribus, ſit omnium breviſſima, in meridie lon-

longiſſima, intermediæ eo prolixiores; quo propiùs abſunt a meridie. Nam apparentiæ horarum (9. huj.) in Parallelis diſtant à meridiano quantitate Sinûs graduum in quovis Parallelo convenientis datis horis; conſequenter diſtant ab invicem talium ſinuum differentiâ. At differentiæ ſinuum (ut patet ex eorum canone) eo minores ſunt, quo majores ſunt arcus, quorum ſinus comparantur. Hinc horæ in Diſco eo minùs invicem diſtant, quò remotiores à meridie. Itaque locus juxta eas horas opticè promotus ab occaſu in ortum eo lentiùs promovetur, quo remotior apparet à meridiano: Penumbra verò æquabili motu eodem tendit: hinc celerius relinquit locum ſegniùs, quam ocyùs ſequentem. Dixi *cæteris paribus*: Nam Eclipſis circa meridiem valde modica brevior eſſe poterit Eclipſi horizontali ſatis magnâ.

IV. Patet, motum penumbræ, licèt in Diſco appareat æquabilis, in ſuperficie ſphæricâ tamen telluris eſſe inæqualem, non ſolùm ſecundum totam, ſed etiam diverſimodè in diverſis ſuis partibus, prout obliquiùs, aut rectiùs tota, aut hæc vel illa pars globum Terreſtrem ferit. Hinc circa medium lentiùs incedit, quam circa limites Diſci. Imò in eâ ſuperficie neque exactè circularis eſt; neceſſe enim eſt partes obliquiùs incedentes magis extendi, & variè deformari, licet reſpectu Diſci perfectus circulus appareat; ut patet de umbrâ Terræ in Lunæ Eclipſibus. Sic vides in *figura* 17, ſemiſſem penumbræ non multùm infra Æquatorem (ſi duceretur hujus Ellipſis) protendi, & centrum eſſe circiter in Parallelo latitudinis Gr. 30; ad partes verò oppoſitas, uſque ad limitem Diſci obumbrare fere 60 gradus, & adhuc ſuperabundare extra Terram 2 circiter penumbræ digitos. *Fig.* 17.

V. Intelligitur quo modo parallaxes immutent opticè Lunæ tum longitudinem, tum latitudinem. Nam cum vera Luminarium conjunctio fiat in L, nihilominus in aſſumpto loco pro primo exemplo, videretur fieri in e,

Digitized by Google

hora ferè 1 cum 30' post veram. In secundo exemplo videtur fieri hora 21 1', nempe hora 1 18' ante veram. Pariter si ducatur Ecliptica normalis ad TE per T, in primo exemplo invenietur ☊ in hora 6 45' ferè; ideoque hora 7. latitudo Lunæ Australis vix erit 1'; apparet tamen æqualis ferè rectæ S e circiter 26'. In secundo exemplo latitudo Lunæ borealis in summo defectu, hoc est ☌ viso, æqualis est rectæ à puncto Orbitæ hor. 21. 1' ad Eclipticæ diametrum, apparet autem æqualis minimæ distantiæ centri penumbræ a Pekino, quæ est multo minor. Hinc per regressum Parallaxes longitudinis, & latitudinis patefieri possunt.

S C H O L I U M.

In propositione, majoris facilitatis gratiâ, assumptus est radius penumbræ quasi constans toto Eclipsis tempore. At reverà talis non est, eo quod diameter Lunæ apparens nonnihil augeatur prout magis, ac magis supra horizontem assurgit, quippe fit successivè propior oculo spectatoris posito in superficie Terræ sphæricâ, non in plano Disci: habet autem Radius Terræ rationem sensibilem ad distantiam Lunæ. Hinc fieri potest defectum circa medium Hemisphærii illuminati spectari totalem, qui aliàs futurus esset annularis; & cum morâ, qui sine morâ. Discrimen tamen magnum esse non potest. Si rigidissimè lubet procedere, ejus variationis ratio habeatur. Tabulas invenies apud Astronomos, vel ex te ipso quæras.

Cæterum per se patet, ad præstanda quæ in propositione dicta sunt pro uno, aut altero loco, opus non esse integrum Typum describere, sed satis esse eam partem, quæ ex circumstantiis præterpropter judicatur necessaria, quod usus facilè ostendet. Ita in figura 16, Sector ETF cum parte Ellipsis ab hora 6 usque ad occasum, in figura 20 Sector ETI cum parte Ellipsis ab ortu Solis usque ad horam 23, sufficiunt.

Fig. 16.
Fig. 17.

Et.

Et ita in eodem folio poterit major assumi Radius Disci, ex quo defectûs phases distinctiores apparebunt, & subtiliùs determinari poterunt.

PROPOSITIO XXIII. PROBL. XV.

Defectûs Solaris phases quascumque ex eodem Typo in schemate exhibere.

DUcatur utcumque recta *D E*. Sumantur è scalâ geometricâ quotcumque partes, pro schematis petitâ amplitudine, puta 600, quæ supponantur pro radio penumbræ, illisque abscindatur æquale segmentum *D F*. Sumantur in eadem ratione particulæ convenientes semidiametro Solis, nempe fiat, ut Radius penumbræ in minutis secundis ad 600: ita Semidiameter Solis item in minutis secundis ad quartum. Is erit numerus partium ex eadem scalâ sumendus. Cum æquali abscissa *D S*, centro *S*, radio *D S* Discus Solis describatur. *S F* erit Radius apparens Lunæ; *D S E* exhibet verticalem Solis. In Typo [*fig.* 16.] ducantur rectæ è centro *T* ad puncta Paralleli, in quibus è dato loco spectantur phases exhibendæ, ut in primo exemplo ad punctum *C* initii Eclipsis, & *S* punctum occasûs Solis. Item agatur *c a* ad centrum penumbræ initio Eclipsis, & *S* ☾ ad horam occasûs in Orbita, nempe idem centrum in Solis occasu. In centro Disci Solis *S* fiat a verticali *D F* ad sinistram ad partes Radii Solis angulus *E S L* æqualis angulo *T c a* in Disco Terræ; fiatque *S L* æqualis radio penumbræ *D F*. Centro *L* radio Lunæ *S F* describatur circulus, qui tanget, ut patet, Discum Solis, & descripta erit phasis initii Eclipsis. Ad easdem partes fiat angulus *E S* ☽ æqualis angulo *T S* ☾ in Disco Terræ: fiatque, ut *c a* in Disco Terræ ad *S* ☾ in eodem, ita *D F* in schemate ad quartum; cui abscindatur æqualis *S* ☾ in schemate. Centro Lunæ, eo- *Tab.VI.Fig.*19. *Fig.* 16. *Fig.* 16.

dem radio *S F* circulus, vel ejus arcus quantus cadit intra Discum Solis. Commune utriusque circuli segmentum est phasis quæsita, qualis in oculos incurret. In Disco Terræ [*figura* 16.] centro *S*. Radio Solis in partibus radii Disci describatur Discus Solis, & centro ☾ Radio Lunæ hujus circulus. Quoniam *S*☾ minor est radio penumbræ, hoc est summâ Radiorum Solis, & Lunæ, necessariò se ii circuli secabunt: ut etiam in schemate, quoniam *S*☾ minor est, quàm *S L* Radius penumbræ.

Demonstratio. Sol occidens in Disco in Lunæ Coelo, è dato loco [21. huj.] apparet in *S*, & Luna in ☾. Item [Coroll. 4. 9. hujus] *T S* est verticalis Solis occidentis in dato loco, ideoque Nadir Solis ad partes *T*, & angulus verticalis *T S* cum recta *S* ☾ per centra Solis, & Lunæ vergit ad partes Nadir Solis a verticali *T S* ad sinistram, ut patebit, si typum elevatum supra oculos & adversâ facie spectes: Ergo Luminaria apparent juxta hanc speciem in Disco Terræ exhibitam. Sed hoc ipsum est, quod expressimus in schemate, ut patet: exhibuimus ergo datum phasim. Similis est praxis, & demonstratio pro cæteris. Quod erat &c.

Coroll. Quoniam *D E* verticalis est Solis occidentis, *H S O* ad eum normalis est loci horizon: Ergo pars Solis eclipsata priùs occidit, quàm centrum Solis: nempe Luna priùs horizontem subit, quàm Sol. Et hinc etiam patet Solem occidere ante summam Eclipsim in eo loco, nempe ante ☌ visum: nam post hoc Luna apparens Sole orientalior occideret post Solem.

S C H O L I U M.

Tab.VI. Fig.20. Mensuras pro hoc schemate ex ipso Typo desumi posse patet absque ullo calculo. Quia tamen necesse non est, & fortè quandoque minùs commodum esse posset, universaliorem praxim schemati, prout libuerit amplo, aut parvo idoneam describendo proponendam censui.

Figu-

Figura 20. exhibet phases secundi exempli ad singulos quadrantes horarum ab initio ad finem Eclipsis Pekini; quæ spectant ad emersionem arcubus punctatis notantur. In eo schemate mirum videri potest lineam per centrum Lunæ in singulis phasibus non rectam sed curvam admodum prodire, cùm tamen ostenderimus in 21. hujus, viam Lunæ etiam in Disco in Cælo Lunari esse rectam lineam saltem ad sensum. Verùm datur ratio disparitatis: Nam aliud in descriptione Typi agimus, aliud in schematis. In his enim à projectionibus circulorum in Disco præscindimus & solum Lunam cum Sole compositam exhibemus, qualis intuentibus è dato Terræ loco hîc, & nunc apparebunt. Hinc unicam lineam pro quocumque verticali posui, nec abs re. Cùm enim phases non simul omnes, sed successivè singulæ conspiciantur in eo situ, quem habent respectivè ad verticalem, in quo hîc, & nunc Sol est, quicumque tandem ille sit, cum omnes similiter sint ad horizontem recti; si semel statuatur illa linea in situ verticali, unico intuitu scitur situs cujusque phasis respectivè ad verticalem, in quo continget. Verticalem autem, utpote homini stanti parallelum, oculus etiam non visum discernit, & per suspensum filum cum perpendiculo exactissimè quisque habere potest. At Sol reipsa motu diurno raptus verticales alios, & alios successivè occupat; & cum Eclipticæ, Orbitæque apparentiæ in Disco fixæ sint & constantes, diversos angulos cum diversis verticalibus faciunt. Hinc via Lunæ, quæ in Schemate prodit, non est una simplex ejus positio, sed composita ex plurimis positionibus Orbitæ relativè ad diversos verticales utique diversis. Non ergo mirum, si in flexuosam degeneret.

Est & alia ratio. Sol in Disco Cæli Lunæ aspicienti è Terra non apparet in centro Disci, aut in communi sectione Disci cum Ecliptica, nisi oculo constituto in axe Disci, aut plano Eclipticæ: & ibi apparet in Ellipsi latitudinis Loci, ut ostendimus in 21. hujus [Corol. 2.] & per

& per eam videtur pergere. Neque enim Sol eſt in ipſo Diſci plano, ſed ab eo remotiſſimus eſt, conſequenter ad eum diverſas è diverſis locis parallaxès patitur, ratione quarum eodem momento in diverſiſſima Diſci puncta à diverſis ſpectatoribus refertur, contra quàm accidat Lunæ, quæ ei Diſco inhærens, undecumque ſpectetur, ibi apparet, ubi reipſa eſt. Motus ergo Solis opticus in Diſco eſt flexuoſus, nempe Ellipticus. In ſchemate unicè Lunam cum Sole comparantes, ponimus Solem tanquam opticè immotum; talis enim apparet relativè ad Lunam, cujus motus in conſequentia multo velocior. Hinc flexuoſitas motûs optici Solis in
Tab.VI. Fig.21. viam Lunæ à Sole opticam refunditur. Hinc etiam fit, ut ſi in deſcriptione ſchematis habeatur ratio mutationis verticalium, hoc eſt pro ſingulis phaſibus ſinguli verticales ducantur facientes invicem angulos, quos in Typo, ut factum eſt in *Figura* 21., quæ eſt ejuſdem Eclipſis ſchema, via Lunæ adhuc prodibit curva; multo tamen minùs, ſublatâ nimirum alterâ, eaque potiſſima flexuoſitatis causâ. At in hujuſmodi ſchemate, ut habeatur cujuſque phaſis verus ſitus, pro ſingulis ſtatuendus verticaliter proprius verticalis; quo facto ſingulæ ſingillatim phaſes eundem ſitum habebunt, quem ſimul, & ſemel habent in priori ſchemate. Itaque cum utraque methodus idem præſtet, ſed prior facilitatem deſcriptionis, uſúſque expeditionem, necnon claritatem majorem habeat, eam alteri præfero.

Ex his autem patet, viam viſam Lunæ à Sole non rectam, ſed curvam eſſe, quæ diverſos ſubinde angulos cum Eclipticâ facit. Hoc tamen Typi Ecliptici deſcriptionem propoſitam non infirmat, imò confirmat; inde enim illa ipſa viſa flexuoſitas veluti ſponte ſuâ, ac naturaliter ſe prodit, quæ aliâ viâ ægrè deprehenderetur. Hinc in deliquiorum ſolarium ſchematis minùs aptè pinguntur Ecliptica, & Orbita Lunæ tanquam lineæ rectæ; cum via viſa Lunæ non recta ſit, nec in eodem conſtanter cum Eclipticæ angulo appareat. Hinc etiam

fier

fieri censeo, quod in calculo solarium defectuum methodo veterum, post statutum tandem aliquando permolesto, ac pluries iterato calculo momentum summæ Eclipseos, hoc est visi ☌; dum deinde ex eo quæritur initium, & finis calculo simili ei, quem pro Eclipsi Terræ superiùs exposui vix unquam res consentiat, sed iterato examine, hoc est, morosi calculi unâ, aut altera repetitione opus sit; quod non solum inde fieri puto, quòd tempore ante, & post summam Eclipsim æqualia plerumque non sint; sed potissimum ex eo, quod via visa Lunæ à Sole ut recta assumatur in constanti ad Eclipticam angulo; quod fallit.

Ne tamen novæ huic methodo, ut egregiæ, & in hac re meo judicio percommodæ, plus quis tribuat, quàm par est; hîc non omittendum; licet hactenus demonstrata certa sint, contingere nihilominus posse, & reipsâ non rarò contingere, occurrentem Eclipsim, nec tempori, nec phasibus præstitutis respondere ad amussim, imò quandoque notabiliter admodum aberrare, quascumque tandem Astronomorum Tabulas adhibeas. Hoc mirum videri non debet: Nam Typi descriptio tota pendet ex præsuppositis in præparatione, quam in 17 hujus præmisimus. Iis stantibus, Eclipsis, ejusque phases non possunt sensibiliter saltem, aliter accidere, ac è Typo aptè descripto eruantur, ut constat ex datis demonstrationibus. Tamen ea præsupposita sunt ex communibus elementis, in quibus plura esse hactenus non plenè explorata, nemo Astronomorum non fatetur, præcipuè circa Lunam, quam idcirco sunt qui *Sidus exlex*, *& contumax* appellent. Hinc provenit prænuntiatæ Eclipsis à reali ablusio. Defectus hujusmodi ex ipsis observationum cum calculo dissonantiis perpetuò conati sunt, & conantur corrigere celebriores Astronomi, mirâ industriâ, & sagacitate, ac labore perutili illo quidem, & nunquam satis laudando; attamen, ut ego censeo, etiam numquam exhauriendo. Stat enim illud Ecclesiastæ 3. *Mundum tradidit disputationi eorum*,

rum, ut non inveniat homo opus Dei à principio usque ad finem.

PROPOSITIO XXIV. PROBL. XVI.

Defectus Solaris Phases è Typo, seu Disco Terræ per calculum eruere.

PRaxis vigesimæ secundæ hujus, si accuratè in omnibus procedatur, ita exacta est, ut exactiùs (quid nî & æquè exactum?) intricatiori licèt, & longiori per parallaxium calculum circuitu ab ulla Veterum metho- *Tab.VI. Fig.21.* do non liceat expectare. Nihilominus ad complementum, & confirmationem expositæ doctrinæ praxim trigonometricam non censeo reticendam. In propositione 22, in loco cujus longitudo minor Pekinensi Grad. 7 30', invenimus initium defectûs Solaris hor. 6 28' à meridie. Propositum sit examinare, an juxta præsupposita ita reverà sit; hoc est an recta ea æqualis reverà sit radio penumbræ, nempe summæ radiorum Solis, & Lunæ. Jungantur *Ta*, *Te*, *ca*. In 20. hujus inventa fuit *TM* 199", & in partibus millesimis Radii Disci invenitur 54 4' 7" 3''' rotundè 54. 5' punctum *M* spectare invenimus ad horas 5 30' 32", quæ subducta ex hor. 6 28', relinquunt 57' 28" hoc est 3448": si fiat ut hora 1, nempe 3600", ad 578. 1' motum horarium in Orbita in partibus millesimis Radii Disci, ita 3448" ad quartum, invenitur *M A* similium partium 553. 7'. Itaque in triangulo *M a T* ad *M* rectangulo nota sunt duo latera *TM*, *M a*; patefieri ergo poteſt angulus *M T a*, & hypothenusa *T a*, ut in adjecto exemplo numero primo.

Invento angulo *M T a*, hoc est *OTa*, adde vel subtrahe angulum *O T B*, ut notus fiat angulus *B T a*. Ipse Typus ostendit addendus, demendusne sit. In exemplo, quia *OTa* major est *B T a*, subtrahendus est, addendus esset in casu opposito. Angulus au-

autem OTB ex præparatione notus eſt; eſt enim vel ſumma, vel differentia anguli axium Æquatoris, & Eclipticæ cum angulo axium Eclipticæ, & Orbitæ; quod item ex ipſa Typi inſpectione patet. Quærendus jam angulus BTc, quem *Hirius* vocat *angulum parallacticum*, nempe dati loci à Sole viſi, conſequenter (Coroll. 2. 21. hujus) Solis è dato loco viſi reſpectivè ad Diſcum in Cælo Lunæ; alii vocant *angulum poſitionis*, nempe loci, aut Solis, ut ſupra.

I	
Ma 553, 7. ——— l.	2.7432745
TM 54 47 Comp. ad 10, 0 &c.	8.2638426
MTa. G. 84 22' 54" T. l.	11.0071171
Item *Ma* ——— l.	2.7432745
MTA. 84 22' 54" Comp. Sin. ad 10.0.&c.	20913
Ta 556, 37 l.	2.7453658
ETB. Gr. 17 43' 52"	*MTa* Gr. 84 22' 54"
BTO ſubt. 5 22 9	Subt. *OTB* 12 22 43
OTB Gr. 12 21 43	*BTa* G. 72 1 11

Præterea quærenda Tc: ſic enim ſubtracto BTc, ex BTa, invento numero primo, erunt in triangulo Tca nota duo latera Ta, Tc unâ cum angulo intercepto cTa, ex quibus nota fiet quæſita ca, quam in exemplo oportet æqualem eſſe Radio datæ penumbræ. Tc eſt (Coroll. 4. nonæ hujus) ſinus diſtantiæ Solis à vertice dati loci; quare ex conſtructione pro demonſtratione ejus Corollarii notus fieri poteſt: inventi enim arcûs ſinus è canone ſinuum eruetur. Pariter productâ Tc uſque ad perimetrum Diſci metiri poſſumus per Scalam chordarum arcum Diſci inter TB, Tc, hoc eſt angulum BTc; ex quibus, ut dictum eſt, per reſolutionem trianguli Tca innoteſcat Ca. Sed hîc volumus praxim integrè trigonometricam. Itaque ſuper TB intelligatur quadrans Meridiani, & ſuper Tc arcus verticalis Solis per C tranſiens. Hi ambo arcûs cum per centrum Solis tranſeant ad Diſci planum recti ſunt: quare (Coroll. poſt 21. 2. Theod.) arcus Diſci rectis TB, Tc comprehenſus

L eſt

eſt menſura anguli illius verticalis cum Meridiano, qui æqualis eſt angulo BTc, cujus idem arcus Diſci eſt menſura. Polus Mundi in Diſco eſto P. Arcus Meridiani inter Solem, & Polum eſt diſtantia Solis à Polo, nempe complementum datæ declinationis, cujus ſinus TP: eritque arcus ille complementum quadrante minus, ſi declinatio ſit ad Polum conſpicuum; majus, ſi ad non conſpicuum; tunc enim Polus eſt ultra B in facie Diſci inferiori. Intelligatur ex P polo ad locum c arcus circuli maximi Pc, qui erit ejus horæ; quæ in c numeratur nempe in exemplo h. 6. 28', conſequenter ejus angulus cum Meridiano nempe TPc gr. 97. 0'. Pariter arcus Pc notus eſt, nempe complementum datæ latitudinis loci c in exemplo gr. 50. Itaque in triangulo Sphærico, quod dicti tres arcus formant (ſpecimen ejus intra propoſitam Figuram decimamſextam exhibitum habes) ex notis lateribus TP, PC, & angulo comprehenſo TPC per trigonometriam innoteſcet tum angulus PTC, tum baſis TC, conſequenter ex canone ſinuum ejus ſinus, nempe in Diſco recta TC. His habitis notus fit angu-

2

TPc. Gr. 97 0'	— ſin. co. l.	9.0858945
Pc. Gr. 50 0'	—— t l.	10.0761865
Invent. l. PX. 8 15' 50''	t l.	9.1620810
Adde TP. 74 19 20		
TX. Gr. 82 35 10		
PX Gr. 8 15' 50'	—— ſin. l.	9.1575550
TPC. 97 0'	t l.	10.9108562
TX 82 15' 10''	Comp. ſin.	36460
Quæſ. PTc 49 43' 54'' $\frac{1}{2}$	t l.	10.0720572
Item Pc. Gr. 50.	—— ſin. l.	9.8842540
TPc Gr. 97.	—— ſin. l.	9.9967507
PTc Gr. 49 43 53 $\frac{1}{2}$	Comp. &c.	1174618
Tc Quæſ. Gr. 85 11' 16''	ſin. l.	9.9984665
Quorum ſinus	——	996, 475
Jam		
BTa num. 1. inventus. Gr. 72 1' 11''		
Subtract. BTc. num. 2. inv.		49 43' 53 $\frac{1}{2}$
Quæſ. cTa Grad.	——	22 17 17 $\frac{1}{2}$

Digitized by Google

gulus *TCa*, ut ſupra dictum eſt. Progreſſus calculi totus in exemplo ſecundo adjecto apparet.

Tandem in triangulo rectilineo *Tca* notum eſt ex numeri primi calculo latus *Ta*, ex numero ſecundo latus *Tc*, & angulus interceptus *CTa*. Itaque juxta calculum numeri tertii invenitur *ca* in partibus radii Diſci 526, 04. Radius penumbræ in iiſdem partibus eſt 525, 86. Differentia eſt, 18, qua *ca* ſuperat radium penumbræ, nempe $\frac{18}{52186}$ hoc eſt $\frac{1}{1291}$ radii penumbræ, qui exceſſus indicat initium Eclipſis contingere 1", ad ſummum 2" poſt horam 6 28', quod patet eſſe inſenſibile, & nullius momenti.

Ang. *cTa*	22° 17' 15 $\frac{1}{2}$
Reliqui	
Anguli	157° 42' 42" $\frac{1}{2}$
Semiſ.	78 51 21 $\frac{1}{4}$

3		
Tc. 996. 475		
Ta. 556. 37.		
Sum. 1552. 845	Comp. &c.	6.8088719
Diff. 440. 105	——— l.	2.6436007
Semiſ. Ang. 78 51 21	l.	10.7055398
Invent. *I*. G. 55 12 2	l.	10.1580124
Subtr. ex 78 51 21		
Tca 23 39 19		
Ta. 556 37	——— l.	2.7453658
cTa 22 17 17	—— ſin. l.	9.5790460
Tca ———	Comp. ſin. l.	3966010
Ca. 526, 04		2.7210128
R. penumb. 525. 86		
Differ. 000. 18		

Eodem progreſſu ſupputantur cæteræ Phaſes. At pro phaſibus horizontalibus calculus brevior eſt; nam recta *TS*, utpote ſinus totus nota jam eſt; itaque in ſecundâ formula ſatis eſt invenire angulum *PTS*. Pariter ſi locus ſit in hora ſexta, quia tunc angulus *TPc* rectus, angulus *PTc* unica analogiâ invenitur, nempe addendo l. ſin. lateris *TP*, & T. l. lateris *Pc*. Summa mulctata 1 finiſtima eſt tl. complementi anguli quæſiti *PTc*.

Item additis ll. sin. complementorum TP, Pc, nempe LL. sin. datarum declinationis Solis, & latitudinis Loci, summa mulctata, ut prius, erit Log. sin. hypothenusæ Tc, è canone excerpendus &c. Quæ omnia ex Trigonometria manifesta sunt.

In proposito exemplo facto calculo pro momento occasûs invenitur S☾ 441. 25, quæ subtracta ex radio penumbræ dat differentiam. Fiat ut diameter Solis 523, 13 ad 12 dig: ita 84, 61. ad quartum. Invenitur defectus Solis occidentis dig. 1. 56' $\frac{1}{7}$. Ex dato ergo Typo &c. Quod erat &c.

Coroll. I. In formulâ tertiâ inventus est angulus Tca, cujus plagam Typus ostendit. Hinc potest delineari phasium schema, ut in propositione præcedenti. Pariter, quia in formulâ secundâ notus factus est arcus, cujus sinus Tc, distantia nempe Solis à vertice loci c; consequenter scitur ejus complementum, quod est Solis altitudo supra loci horizontem; hinc hæc è Disco pro quavis datâ horâ &c. dati loci calculo inveniri potest. In exemplo est Gr. 4 48' 44''.

II. Quoniam totius calculi progressus ab apparentiis Parallelorum non pendet, ut patet: etiam his non descriptis in Disco inveniri potest pro datâ horâ loci notæ latitudinis apparentia in Disco, & inde phasis Eclipsis pro eodem tempore. Nam primò quærendus angulus PTc, & sinus Tc, ut in formula secunda, quæ à datis in primâ, quoad hoc, non pendet. Tum in centro Disci T ad partes à meridiana datæ horæ convenientes, fiat angulus PTc, ac Tc æquales inventis; eritque c apparentia dati loci pro dato tempore. His datis invenietur, ut in propositione ca &c. At descripta prius apparentia paralleli; cum phasis circino nota fieri possit aut vera, aut veræ quàm proxima, rem esse longè expeditiorem per se manifestum est; siquidem quæratur tempus datæ alicujus Phasis, puta summæ Eclipsis, 1, 2 &c. digitorum.

III. Quia prædicta omnia loco peculiari determinato affixa non sunt, & Discus exhibet hemisphærium quod-

quodvis Terrestre, quod toto tempore Eclipsis successivè illuminatur; consequens est Typum esse universalem, hoc est exhibentem totam Telluris obscurationem in occurrente Eclipsi: & inde exhiberi posse Tabulam Geographicam, in quâ totus penumbræ in Terrâ progressus, & inde phases Eclipsis Solaris pro quovis loco unico intuitu cognosci possint. Hujusmodi tabulas in suis accuratissimis Ephemeridibus primus (quantùm scio) exhibuit vir eximius Cl. *Eustachius Manfredi*. Descriptionis praxim (ut & usum) integram in sequentibus expono, tam geometricam, quàm trigonometricam, ubi utraque locum habet: ut si contingat hîc, & nunc non esse ad manus necessaria ad unam praxim, integrum sit per alteram expedire propositum.

PROPOSITIO XXV. PROBL. XVII.

In Disco Terræ circulos horarios, & digitos defectus Solaris delineare.

I. DUcantur (8, & 9. hujus) in Disco Paralleli quinûm, aut saltem denûm grad. latitudinis, quotquot sive integrè, sive partialiter cadunt intra portionem Disci, seu Terræ obumbrandam, quam determinavimus in decimanona hujus; qui Paralleli secti sint in horas. Per puncta singulorum Parallelorum cognomina ductæ diligenter curvæ (Coroll. 2.9. hujus) erunt in Disco Circuli horarum. Ad intentum finem satis sunt horæ integræ; patet tamen similiter pingi posse semihoras quadrantes &c., si libeat. Specialis difficultas est circa quædam horarum puncta in perimetro Disci, quæ per sola puncta Ellipsium exactè plerumque determinari non possunt, vel quod illæ horæ Disci perimetrum obliquissimè secent, vel quod Ellipses ultra grad. 70. latitudinis, utpote sæpius angustiores non facilè sit exactissimè dividere, cum tamen illæ horæ usque ad Disci perimetrum cadentes intra umbram sint producendæ, ut in *figura* 23. Hujusmodi puncta in perimetro spectant ad latitudines, in

Tab. VII. Fig. 22.
Tab. VIII. Fig. 23.

in quibus Sol in data declinatione illis oritur horis, vel occidit respectivè. Itaque quærendum in data declinatione, in qua latitudine Sol oriatur data horâ, vel occidat; hoc est dato arcu semidiurno, & Solis declinatione, invenienda latitudo, cui datus arcus semidiurnus convenit: hac enim cognita, inveniri possunt puncta, in quibus inventæ latitudinis Parallelus Discum secat, quæ sunt quæsita. Utrique rei (Coroll. 9, & 10 sextæ hujus) satisfaciunt: addam & alteram praxim in propositione sequenti.

II. Abscisso in Orbitæ axe *T O* utrinque ab Orbita, si hæc intra Discum cadat, vel ad partes *T*, si extra, Radio dato penumbræ, & ex hujus terminis, vel respectivè termino Orbitam versùs, diametro Solis in partibus radii Disci; secetur diameter tota Solis quadrifariam: singulæ partes habebunt ternos digitos. Possunt etiam dividi singuli, sed terni plerumque possunt sufficere. Per singula puncta dividentia agantur rectæ parallelæ ad Orbitam: hæ determinabunt ternos digitos Eclipticos: nam patet earum distantiam ab Orbita esse radium penumbræ vel integram, in limitibus nempe, vel mulctatam $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ diametri Solis; consequenter loca iis lineis subjecta spectare Solem sub Lunâ latentem, vel $\frac{1}{4}$, vel $\frac{1}{2}$ seu $\frac{3}{4}$ diametri, ex demonstratis in vigesimasecunda hujus. Horas ergo, & Digitos &c. Quod erat &c.

PROPOSITIO XXVI. PROBL. XVIII.

Datis declinatione Solis, & arcu semidiurno altitudinem Poli, & inde puncta in perimetro Disci Terræ, ad eam spectantia determinare, & vicissim data Poli altitudine arcum semidiurnum, vel dato puncto in perimetro Disci, ejus latitudinem, & arcum semidiurnum assignare.

Tab. VIII. Fig. 24. R*Esolutio Geometrica* primæ partis. Ductis utcumque normalibus *B D*, *D F* ex *D* puncto concursus, Ra-

Radio quovis deſcribatur quadrans FB, in quo abſcindatur FE differentia dati arcûs ſemidiurni a quadrante, ideoque in gradus reſolvenda, ſi in horis detur. Jungatur EO parallela ipſi DF, quæ occurrat BD in O. Fiat angulus DBC æqualis datæ declinationi, & ejus latus BC concurrat cum FD producta in C. Ex C per O jungatur recta CO, dico angulum DCO eſſe quæſitam Poli altitudinem. Centro C radio CB deſcribatur arcus $ÆBP$, fiatque $PÆ$ quadrans, jungaturque $ÆC$; patet angulum $ÆCP$ rectum eſſe; ideoque $ÆC$, BD (29. 1. Euclid.) parallelas.

Demonſtratio. Ponatur quadrans $ÆPC$ eſſe meridianus, in quo $CÆ$ ejus cum Æquatore communis ſectio: eritque CP ad $ÆC$ normalis axis Mundi, & P Polus. Quoniam DBC, hoc eſt alternus $ÆCB$ (29. 1. Euclid.) ei æqualis, eſt data declinatio, conſequenter arcus EB Parallelus datæ declinationis per B tranſit. Hunc Meridianus ſecat (15. 1. Theod.) per diametrum, & (16. 11. Euclidis) parallelam ipſi $ÆC$: eſt ergo BD Radius ejus Paralleli, & ejus centrum D in axe CP; & arcus FB ejus Paralleli quadrans, qui intelligatur in ſuo ſitu ad Meridianum recto ſuper rectum BD, quo facto etiam EO Meridiano in puncto O recta erit. Quoniam FE eſt complementum arcûs ſemidiurni (per conſtructionem) erit reliquus EB vel ſemidiurnus, vel ſeminocturnus; conſequenter horizon quæſitæ latitudinis tranſit per E; & quia tam Parallelus, quàm horizon ad Meridianum recti ſunt, etiam eorum communis ſectio per E tranſiens (19. 11. Euclidis) ad eundem Meridianum recta eſt; eritque EO: ergo horizon per O tranſit. Tranſit autem & per C Mundi centrum: ergo CO eſt communis ſectio Meridiani cum quæſito horizonte. Producto CO donec ſecet Meridiani perimetrum in H, erit HP arcus Meridiani inter Polum, & horizontem, nempe quæſita altitudo. Sed HP eſt menſura anguli HCP, hoc eſt OCD: is angulus ergo eſt quæſita Poli altitudo, Quod erat &c.

Reſolutio Trigonometrica ex Geometricâ facilè eruitur.

tur. Nam ſi à *P* erigatur ad *CP* normalis, quæ producatur donec concurrat cum *C H* producta in *T*; erit *PT* tangens arcûs *H P* quæſitæ Poli altitudinis, cui cum Parallela ſit *D O*: erit (4.6. Euclidis) ut *CD* ad *DO*, ita *CP* ad *PT*. Eſt autem *CD* tangens datæ declinationis poſito *B D* ſinu toto, & *D O* ſinus complementi dati arcûs ſemidiurni, eſtque ut *CD* ad *D O*, ita ſimilis tangens reſpectu ſinus totius *C P* ad ſimilem ſinum: patet ergo ita eſſe tangentem datæ declinationis Solis ad ſinum complementi dati arcûs ſemidiurni, ut ſinus totus ad tangentem quæſitæ elevationis Poli. Itaque ſi Log. ſin. comp. dati arcûs ſemidiurni addatur complementum arithmeticum tangentis datæ declinationis Solis; ſumma erit Log. tangentis quæſitæ elevationis Poli, ut in appoſita formulâ; in qua ponitur arcus ſemidiurnus h. 7. vel 5, nempe Gr. 105, vel 75. Invenimus ergo rurſus altitudinem Poli trigonometricè.

Arc. ſemid. Gr. 105, vel 75. ſin. c. l.	9.4129962
Declin. Gr. 15 40' 40" Comp. — t. l.	5518058
Alt. P. quæſ. G. 42 40' 50" — t. l.	99648020

Reſolutio Geometrica ſecundæ partis in Diſco fit juxta praxim in Coroll. quarto, vel nono ſextæ hujus: & puncta inventa in Diſci perimetro pertinebunt ad inventam latitudinem, & ſimul ad horam ortûs in dato arcu ſemidiurno, nempe horam decimamſeptimam, vel decimamnonam ad partes Diſci Occidentales; ad horas occaſus 7, vel 5 ad partes orientales.

Trigonometricè inveniuntur ea puncta, ſi logarithmus ſin. compl. inventæ altitudinis Poli addatur Log. ſin. dati arcûs ſemidiurni. Summa, abjecta 1 ſiniſtima, erit L ſin. arcûs inter punctum Diſci 90; hoc eſt *B*, & puncta utrin-

Arc. ſemid. 105, vel 75. ſin.	l. 9.9849438
Altit. Poli Grad. 42 40' 50" ſ. c.	l. 9.8663728
Arc. quæſ. Grad. 45. 14' 30" ſin.	l. 9.8513166

utrinque quæſita, ut in appoſito exemplo. Etiam non inventa antecedenter Poli altitudine prædictus arcus, hoc eſt quæſita puncta invenientur, ſi addantur tl. dati arcûs ſemidiurni, & Log. ſin. datæ declinationis Solis.

Arc. ſemid. 105, vel 75. Gr.		tl.	10.5719475
Declin. ☉ 15. 40′ 40″		ſin. l.	9.4317288
Quæſ. Gr. 45. 14′ 30″		tl.	10.0036763

Summa mulctata 1. in notâ ſiniſtimâ eſt tl. quæſiti, ut in appoſitâ formulâ.

Demonſtratur utraque praxis trigonometrica. *In figura* 22, eſto arcus *P VII* horæ 7. à meridie. In trigono ſphærico *P B VII*, angulus ad *B* Meridiani cum Diſco rectus eſt; latus *PB* notum, nempe data declinatio Solis; angulus obliquus *B P VII* pariter notus, nempe reſiduum ad 180 dati arcûs ſemidiurni; nec refert an ſit quadrante majus, aut minus, cum utriuſque ſit idem ſinus, tangens &c. Ex his datis patet ex trigonometriâ per praxim poſteriorem inveniri arcum quæſitum *B VII*. Quòd ſi nota ſit Poli altitudo; notum eſt ejus complementum, nempe hypothenuſa *P VII*; quare ex eadem trigonometria conſtat per praxim priorem inveniri quæſitum *B VII*. Quod erat alterum. Conſtat ergo totum problema directum: Quod erat &c. *Tab. VII. Fig. 22*

Ex datis praxibus facilè converſum etiam reſolvitur, quoad utramque partem. Nam primò *geometricè* data elevatione Poli, & declinatione Solis, ſi fiat quivis quadrans *ÆCP*, & in eo abſcindatur *PH* arcus datæ elevationis Poli, & *ÆB* datæ declinationis, junganturque *CH*, & *BD* parallela ipſi *ÆC*, quæ ſe ſecent, puta in *O*. Centro *D* radio *DB* ducto arcu *FE*, & per *O* ad *CP* parallela *OE*, quæ arcum *FE* ſecet in *E*, erit *FE* arcûs ſemidiurni quæſiti complementum addendum quadranti, ſi declinatio Solis ſit ad Polum conſpicuum; auferendum, ſi ad non conſpicuum. In caſu priore ſumma, in poſteriore differentia eſt arcus ſemidiurnus quæſitus. Is arcus etiam ex Diſco Terræ haberi facilè poteſt *Fig. 24.*

M per

Digitized by Google

per Coroll. 9. ſextæ hujus. Secunda autem converſi problematis pars ex Coroll. 5. & 9. ſextæ hujus Geometricè ſolvitur.

Trigonometricè pars prior ita ſolvitur. Quoniam *CP* ad *PT*, ut *CD* ad *DO*; patet ſi è ſumma LL. tangentium datarum altitudinis *P*, & declinationis Solis deleatur 1 ſiniſtima, relinqui ſinum complementi quæſiti arcûs, ut in appoſito exemplo.

Altit. P. G. 42 40' 50"	t l.	9.9648020
Declin. Gr. 15 40 40	t l.	9.4481942
Compl. quæſ. Gr. 15. ſin.	l.	9.4129962

Fig. 22. Pro parte altera. Eſto in *figura* 22 punctum quodvis *VII*, per quod & *P* polum intelligatur circulus maximus. Menſuretur ope Scalæ chordarum arcus *B VII*. In trigono Sphærico *PB VII* rectangulo ad *B*, nota ſunt duo latera *P B*, data Solis declinatio, & *B VII* menſura repertum: ergo per trigonometriam non latebit hypothenuſa *P VII* complementum quæſitæ altitudinis Poli, & angulus *B P VII*; cujus reſiduum ad 180 eſt arcus ſemidiurnus quæſitus; quod erat faciendum, & demonſtrandum.

Declin. Gr. 15 40' 40"	ſin. co. l.	9.9835345
B VII. Gr. 45 14 30	ſin. co. l.	9.8476454
Alt. P. quæſ. G. 42 40' 50"	ſin. l.	9.8311799
Declin. G. 15 40' 40".	ſin. l.	9.4317288
B VII. Gr. 45 14 30	t c l.	9.9963364
Arc. ſemid. 105.	t c l.	9.4280652

SCHOLIUM.

Hujus propoſitionis praxes, vel ei æquivalentes in Corollariis ſextæ hujus, uſui ſunt, & neceſſariæ ad exhibendas in Tabula Geographica inferius delineanda phaſes Eclipſis horizontalis, nempe pro omnibus Locis, in quibus Eclipſis non fit tota ſupra horizontem, vel ſaltem initium, aut finis, aut utraque fiunt in ipſo horizonte.

Por-

Porrò arcus inter punctum *B*, & lineas digitorum, Orbitæ &c. adhuc certius invenientur arithmetice, factis notis radio penumbræ, diametro Solis, ac distantia minima centrorum Disci, & penumbræ in partibus sinûs totius. Ex quibus nota fient in iisdem partibus segmenta axis Orbitæ inter centrum, & singulas lineas. Hæc segmenta sunt sinus complementi arcuum Disci inter punctum O, & lineas digitorum datas, cum hæ lineæ ad axem Orbitæ rectæ sint: ex canone ergo sinuum innotescet eorum arcuum quantitas, ex qua ablato, eique addito arcu inter puncta O, & *B* noto ex datis trium axium angulis, summa erit arcus inter punctum *B*, & datam lineam ad partes à *B* ad O, differentia ad partes oppositas. Declaro rem exemplo.

In *figura* 16 distantia minima centrorum in partibus sinûs totius est 54. 5089. Radius penumbræ in iisdem partibus est 525. 8689. Ad le, & aufer distan- *Tab. V. Fig.* 16.

Radius penumbræ	525. 8689	
Distant. min. cent.	54. 5089	
		Sin. gr. 35 28' 58"
Summa ———	580. 3778	Compl. quadr. min. 54 31' 22"
Differentia ———	471. 3600	Sin. grad. 28 7 21
		Compl. quadr. maj. 151 52 39
Compl. prius	54 31' 22"	
Arcus *O B*	12 21 43	
		Pro limite boreali
Summa ———	66 53 5	Arcus quæsitus ad partes *O*
Differentia. ———	42 9 39	Arcus quæsitus ad partes oppositas.
Complement. posterius	151 52' 19"	
Arcus *O B*	12 21 43	
		Pro limite Austral.
Summa	164 14 22	Arcus ad partes *O*
Differentia	139 30 56	Arcus ad oppositas.

tiam minimam centrorum, summa est portio axis Orbi-

bitæ inter centrum Disci, & limitem penumbræ à centro remotiorem; Differentia portio inter idem centrum, & limitem propiorem. Prior in canone sinuum invenitur sinus graduum 35 28 38" quorum complementum grad. 54 31' 22". Posterior sinus grad. 28 7' 21", quorum complementum quadrante majus (is enim sinus hîc est à centro Disci ad partes oppositas à puncto O) est gr. 151 52' 39". His complementis addatur, & dematur arcus OB, qui in hoc exemplo est grad. 12 21' 43". Fient summæ, & differentiæ quæsitæ, quæ dabunt arcus quæsitos, ut ostendit appositum exemplum. Pro reliquis digitis, quia Solis diameter invenitur partium sinus totius 523. 1317 per divisionem invenitur quantum singulis, binis, ternis &c. digitis conveniat: puta ternis digitis, qui sunt $\frac{1}{4}$ totius diametri, inveniuntur cedere partes 130. 7829. Hæ ablatæ è sinubus limitum superiùs inventis, relinquent sinus trium digitorum utrinque; & ita deinceps. Circa hos sinus similiter procedatur, ac circa limitum sinus. Cùm autem accidit seu pro limite alterutro, seu pro digitis subtractionem, seu distantiæ minimæ centrorum, seu partis aliquotæ diametri Solaris, fieri non posse (quod tum contingit, cùm proposita linea cadit inter centrum Disci & Orbitam), subtrahatur minus è majori; eritque differentia sinus complementi quæsiti semper minoris quadrante. Hæc omnia ex demonstrata Typi constructione clara sunt. Cum autem prædictus calculus non pendeat à digitorum lineis antecedenter ductis, inventi arcus si decenter abscindantur in Disci perimetro, Lineæ limitum, & digitorum exactissimè duci poterunt, & inde etiam Tabula Geographica exactior prodibit.

PROPOSITIO XXVII. PROBL. XIX.

Dato quovis puncto in Disco Terræ, & horâ, quæ in eo numeratur, ejus latitudinem reperire.

Tab.VII.Fig.22 ESto in Disco punctum l in hora 22, cujus quæritur latitudo. Ex l ad TB demittatur perpendicularis lt,

lt, quæ (9. hujus) erit ſinus diſtantiæ hor. 22 à meridie, nempe Gr. 30 in Parallelo, ad quem ſpectat punctum *l*. Eſt ergo ſemiſſis Radii quæſiti Paralleli, in linea Co inſtrumenti propoſitionis decimæ. Ex centro C abſcindatur ſegmentum æquale ipſi *lt*. Per finem ſegmenti applicetur regula normaliter ad Co, quod fiet, ſi Regula in ſemicirculo utrinque ab o abſcindat arcus æquales, quod facilè diſcernitur, cum ſit in gradus ſectus ſemicirculus. Poteſt etiam applicari norma lineæ Co, ita ut latus unum congruat Co, & angulus ſit in extremo abſciſſi ſegmenti. Regula, vel norma indicabit in gradibus ſemicirculi, per quos tranſit, latitudinem quæſitam, cujus minuta, ſi qua ſunt præter gradus, per ſcalam chordarum patefient. Inventa latitudo erit borealis, vel Auſtralis, prout datum punctum in Diſco fuerit ab apparentia Æquatoris ad Boream, aut Auſtrum. Totum patet ex oſtenſis de Typi conſtructione, & prædicti inſtrumenti.

Si datum punctum ſit in horâ, quæ à meridie diſtet plus, aut minus, quàm 30 gradus, quærendus ſemiradius Paralleli quæſiti; ut ſi detur punctum *b* in hora 21, aut *n* in hora 23. Agântur, ut prius, normales *bx*, *nz*, eritque *bx* ſin. grad. 45 in Parallelo puncti *b*, & *nz* ſinus grad. 15 in Parallelo puncti *n*. Ducantur duæ rectæ *ab*, *ac* facientes quemvis angulum *a*. In una abſcindatur *aæ* æqualis ſemiradio Æquatoris, hoc eſt Diſci. In eadem pro puncto *n* abſcindatur ſinus grad. 15 *ag* in radio Æquatoris, qui ſinus in Rhombo extat; & pro puncto *b* abſcindatur *æb* exceſſus ſinûs grad. 45, ſupra ſemiradium, qui exceſſus in Rhombo inſtrumenti item extat. In altera lineâ abſcindantur *af* æqualis *nz*, & *ac* æqualis *bx*, & jungantur *fg*, *cb*. Per *æ* agatur *æe* parallela ipſi *gf*, & *æP* parallela *bc*. Dico *ae* eſſe ſemiradium paralleli puncti *n*, & *aP* Paralleli puncti *b*. Inventis ſemiradiis, cætera, ut in primo caſu. *Tab. VIII. Fig. 25.*

Demonſtratio æe, *gf* ſunt parallelæ. Ergo ut *ag* ad *aæ*, ita *ae* ad *af*. Sed *ag* eſt ſinus grad. 15 poſito ſemi-

miradio *a æ*: ergo *a f* est sinus similis posito semiradio *a e*: est autem *a f* sinus grad. 15 in quæsito Parallelo; ergo in eo *a e* est semiradius. Similiter concluditur de *a P*. Quod erat &c.

Trigonometricè sic proceditur. Producatur *T l* donec secet perimetrum Disci. Secet in *y*. Per chordarum scalam notus fiat arcus *B y* mensura anguli *B T l*. Quoniam *T l* est sinus arcûs circuli verticalis inter Solem, & verticem loci in *l*, qui circulus Disco perpendicularis est; ac *T P* est arcus, seu sinus arcûs meridiani distantiæ Solis à Polo: & uterque circulus in Polo Disci concurrunt; patet arcum *By* esse mensuram anguli, quem illi duo circuli comprehendunt, nempe *BT y*: Circulus maximus datæ horæ per *P* polum, & datum punctum in Disco facit cum illis triangulum sphæricum, cujus notus factus est angulus *P T l*; notus est item angulus *T P l* datæ horæ cum meridiano, ac latus interjacens *T P* complementum datæ declinationis: ergo per Trigonometriam patefiet latus *P l* distantia dati loci à Polo, cujus complementum est latitudo quæsita. Progressum calculi ostendit adjecta formula.

T Gr. 74 19' 20''	si. c. l.	9.4317288
T L 72 38		t l. 10.2852949
Inv. 1. 62 25' 57''	tc l.	9.7177237
Subtr. 30	l. si. co.	9.6633869
	P T	t l. 10.5518057
Differ. 32 25 57	C. ar. si. co.	736450
Lat. Quæs. g. 27 13	tc l.	10.2888376

Pro punctis in horâ Merid: nempe axe Æquatoris, coëuntibus arcubus omnibus in unum Meridianum; neutra datarum praxium habet locum. Faciliùs tamen res expeditur; & primò Geometricè sic. Per punctum propositum ducatur occulta recta ad axem Æquatoris secans hinc, vel inde Disci perimetrum: reperiaturque ope Scalæ chordarum quotus sit arcus eâ rectâ, & diametro Æquatoris interceptus, cujus sinus est portio axis Æquatoris inter centrum, & illam rectam. Si is arcus sit à diametro Æqua-

Æquatoris ad partes, ad quas Sol declinat, nec major ſit complemento datæ declinationis, ſumma illius arcûs cum data declinatione erit latitudo quæſita versùs polum, ad quem Sol declinat. Si ille arcus ſit major complemento declinationis, & ab illius arcûs differentia à ſemicirculo auferatur data declinatio, relinquetur latitudò quæſita ad eandem plagam. At ſi arcus ille ſit ad partes oppoſitas iis, ad quas Sol declinat, & non ſit minor data declinatione, hæc ab illo auferatur, reſtabit latitudo quæſita ad partes declinationi Solis oppoſitas. Si verò arcus ille minor ſit declinatione Solis, illius ab hac differentia erit latitudo quæſita, ſed ad eandem plagam cum declinatione Solis. Ratio pendet ex oſtensâ typi conſtructione. Puncta enim in axe Æquatoris ſpectant ad verticem Parallelorum, ſi ſint infra Polum; ad imum, ſi ſupra. Porrò ex Typi conſtructione vertices Parallelorum diſtant à centro Diſci ſinu differentiæ, vel ſummæ latitudinis cum declinatione Solis; imo verò ſemper ſinu ſummæ. Hinc factâ præceptâ additione, vel ſubtractione, patet inveniri quæſitas latitudines.

Pro *praxi trigonometricâ* ſatis eſt notam facere portionem axis Æquatoris inter centrum Diſci, & punctum propoſitum, quæ eſt ſinus arcûs inter diametrum Æquatoris, & rectam, quam ſupra in praxi Geometrica duximus: ſic enim ex canone ſinuum innoteſcet ar-

Latus dat. 580. 3778.				l. 2.7637108
Ang. axium 12° 21′ 43″ C. ar. l. ſc.				101879
Quæſ. hypoth. 594. 1536				l. 2.7738987
Quæ eſt ſinus	36°	27′	8″	
Adde Declin.	15	40	40	
Latit. quæſ.	52	7	48	limitis borei
Latus datum 471. 3600				l. 2.6733527
Ang. axium 12° 21′ 43″ C. ar. l. ſc.				101879
Quæſ. hypoth. 482. 5519.				l. 2.6835406
Quæ eſt ſinus	28°	51′	7″	
Subtr. declin.	15	40	40	
Lat. quæſ.	13	10	27	limitis Auſtrini.

arcus, & factâ additione, vel subtractione, ut supra, ipsa latitudo. Ille autem sinus est hypothenusa trianguli rectanguli, quod axes Æquatoris, & Orbitæ, unâ cum datis lineis digitorum formant, in quo notum est latus unum (Schol. præcedens), nempe portio axis Orbitæ inter centrum Disci, & datam lineam in partibus sinûs totius; item anguli obliqui, quorum qui ad centrum est angulus axium Æquatoris, & Orbitæ notus, alter oppositus dato lateri prioris complementum. Si ergo logarithmo numeri dati lateris addatur complementum arithmeticum sin. anguli sibi oppositi, nempe complementi anguli dictorum axium: summa erit logarithmus numeri quæsiti hypothenusæ; hæc quæsita inter sinus ostendet arcum, cui addenda, vel demenda Solis declinatio, ut habeatur, ut supra, quæsita latitudo, ut ostendunt adjecta exempla pro utroque limite penumbræ in eadem *Figura* 17.

S C H O L I U M.

Arcus Disci, qui est mensura anguli PTl ab ea plaga numerandus, ad quam Sol declinat, nempe à puncto B, si in Boream, ab A, si in Austrum. Quod si arcus ille excedat quadrantem, tunc invento I. non subtrahitur, sed additur angulus TPl, & in secunda analogia pro Log. differentiæ additur Log. summæ. At si inventum I sit minus dato angulo PTl, semper minor è majori subtrahatur.

Si arcus By sit quadrans, brevior est calculus, utpote trianguli rectanguli. Addantur Log. sin. lateris dati TP, hoc est Log. datæ declinationis Solis, & Log. anguli TPl distantiæ datæ horæ a Meridiano. Summa, abjecta I sinistima, est Log. hypothenusæ Pl idest Log. quæsitæ latitudinis. In praxi Geometricâ sinus lt, bx facilè circino habentur, licèt non ducantur: si nempe positum circinum in dato puncto, ita deducas ad partes TB, ut si arcus circuli ducatur tangat, sed non secet TP.

In

In propositis figuris, quæ radium habent subduplum ejus, quem in instrumento supposuimus, sinus dati duplicandi sunt, ut patet, ut per instrumentum solvatur Problema; quod idem intellige de chordis pro arcuum mensura. Per se autem patet eodem instrumento uti licere simili adhibitâ cautione, si radius pro Disco assumatur in quavis ratione exactè multiplici, vel submultiplici ejus, qui in instrumento supponitur.

PROPOSITIO XXVIII. PROBL. XX.

Tabulam Geographicam exhibentem occurrentis Eclipsis phases pro totâ Tellure, delineare.

I. Quærantur (Coroll. 9, & 10 sextæ hujus, vel 26 præced.) latitudines, necnon arcus semidiurnus, hoc est hora ortûs, & respectivè occasûs Solis punctorum omnium, in quibus Orbita, & cæteræ digitorum Eclipticorum Parallelæ secant utrinque perimetrum Disci, ut etiam punctorum I, & F, in quorum priore primò incipit, in posteriore ultimò terminatur Eclipsis Terræ, ac tandem puncti O, ubi axis Orbitæ perimetrum Disci secat, siquidem sit intra penumbræ limites, ut in *figura* 23. Inventarum latitudinum fiat catalogus adnotata singulis convenienti horâ ortûs, vel occasûs. Ope hujus catalogi phases omnes Eclipsis horizontalis tam in ortu, quam in occasu Solis poterunt exhiberi in suis locis. *Tab. VIII. Fig. 23.*

Secundò. Inveniantur (per præced.) latitudines punctorum omnium, in quibus Orbita, & Parallelæ prædictæ secant curvas horarum; fiatque similiter catalogus adnotatis digitis, & horâ, ad quam singulæ spectant. His duobus paratis plusquam dimidium facti habes.

Tertiò. Fiat rete Longitudinum, & Latitudinum Geographicarum, semicirculum circiter in longitudinem complectens, in latitudinem autem saltem quantum occupat in Disco Terræ tota pars obumbranda. Rete

hoc absolutè fieri potest juxta quamlibet projectionem usitatam globi Terraquei in Tabulis Geographicis; sed ne frustra citra necessitatem labor multum augeatur, præstat per partes æquales procedere, quod dupliciter fieri potest. Primò si longitudines, & latitudines exhibeantur per rectas parallelas, quarum priores orthogonaliter decussent posteriores: ac duæ oppositæ, tam longitudinum, quàm latitudinum in tot partes æquales dividantur, quot gradus longitudinis, aut respective latitudinis habere debent; ut factum est in *figura* 26. Secundò: si latitudines fiant circuli concentrici æquè ab invicem dissiti, quorum uno, sive Æquatore, sive alio, prout hic, & nunc commodum fuerit, in gradus de more secto, Radii è centro exhibebunt longitudines, & centrum Polum Terrestrem. Horum Radiorum unus, puta, qui spectat ad primum Meridianum, ab Æquatore ad Polum usque secetur in 90 partes æquales pro 90 gradibus; quæ divisio continuabitur ultra Æquatorem, vel ultra Polum etiam, si eò penumbra se extendat. Ita factum vides in *figura* 27. Utra hic & nunc forma aptior sit, ipse Discus Terræ suggeret. Universim dici potest; si Polus, ad quem Sol declinat est intra penumbram, aut parum inde distat, vel si penumbra tangit Discum ad intra in puncto O, aut non multum infra immergitur tota, posterior methodus aptior erit. In aliis casibus aptior erit prior, nisi fortè axis Orbitæ congruat cum axe Æquatoris, aut parum inde divertat (ut contingere potest circa Solstitia), tunc enim posterior forma æquè apta esse potest. Rete hoc totum fiet occultum, exceptis in priore formâ lateribus rectanguli extremis sectis in gradus, in posteriore excepto Æquatore, aut alio Parallelo in gradus diviso, & Radio primi Meridiani, aut alio, similiter in gradus, ut dictum est, latitudinum diviso. Gradibus latitudinum adscribentur numeri convenientes per denos, aut quinos. Similiter fiat gradibus longitudinum postquàm determinati erunt quinam numeri inscribendi; quod ita fiet. Ex Tabulis Geographicis recentio-

Tab. IX. Fig. 26. *Tab. X. Fig. 27.*

tioribus, vel ex Tabulis longitudinum, quas Aſtronomi paſſim exhibent, cognoſcatur longitudo loci (niſi detur) pro quo deſcriptus fuit Typus. Ex. gr. propoſitæ figuræ, ſeu pro Meridiano Pekinenſi, qui juxta Tabulas prælaudati Manfredii diſtat à Bononienſi ad ortum hor. 7 1' 6" nempe grad. 105 16'. Bononia Italiæ ibidem ponitur diſtare à primo Meridiano, item in ortum hor. 1 54': hoc eſt Grad. 28 30', quibus ſi addas 105 16', fiet longitudo Pekinenſis Geographica Grad. 133 46'. Hæc dati loci longitudo notanda: ea enim tanquam radice, ſeu termino à quo in hoc negotio utendum. Jam ex cognitis (22 hujus) momentis phaſium Eclipſis in dato loco, ſcitur an datus locus in medio Tabulæ Geographicæ, an propiùs ad limbum orientalem, aut occidentalem aptè ſtatuatur. Ut in priori ex propoſitis Eclipſibus, quoniam ea Pekini inconſpicua, quoniam tota poſt occaſum, ſtatuetur aptè in ipſo extremo, vel propè extremum Tabulæ Orientale: hinc poterit ibi inſcribi numerus 135, vel 140; deinde retrocedendo 130, 120 &c. & ubi perventum fuerit ad grad. 0, ibi eſt primus Meridianus, cui 0, vel 360 adſcribi poteſt, inde ante eum 350, 340 &c. In poſteriori Eclipſi, quoniam initium Eclipſis Pekini invenitur hor. 19 44', patet aptè poni in medio circiter inter Meridiem, qui præterpropter erit in medio Tabulæ, & extremum occidentale. Uſus meliùs rem declarabit. Parato reti inſcribatur tractus Terrarum conveniens juxta Mappas Geographicas: non tamen ea ſubtilitate opus erit; ſed ſatis eſt ſi Regna, aut Provinciæ ad ſummum diſcernantur; licet loca aliquot inſigniora ſuis in locis notare nec incongruum ſit, nec laborioſum. Jam Eclipſis phaſes ita in paratâ Tabulâ delineabimus.

Quartò. Ex puncto, ubi linea limitis penumbræ infima ſecat perimetrum Diſci occidentalem, ducatur normalis ad Orbitam (facilè habetur applicatâ normâ abſque eo quod linea ducatur) obſerva in quod Orbitæ punctum ea cadat. In *figura* 22 cadit in horam 4 28' 24" a Meridie. Ex catalogo numeri 1 ſcitur illud Diſci punctum *Tab.VII.Fig.*22

N 2 ſpe-

ſpectare ad latitudinem auſtralem grad. 38 21' 30": & Solem ibi oriri hor. 6 51' 20" a media nocte, Aſtronomicè hora 18 51' 20" à Meridie; quæ propterea numeratur in eo puncto, cùm Pekini numeratur hora 4. 28' 24" diei ſequentis, nempe poſt meridiem. Subtrahe ergo 18 51' 20" ex hora Pekinenſi, additis 24, quoniam ſubtractio fieri nequit, nempe ex 28 28' 24"; invenitur differentia longitudinum hor. 9 37' 4, & in gradibus 144 16' ſubtrahenda à longitudine Pekinenſi; cum punctum illud ſit occidentalius, utpote habens horas pauciores. Factâ ſubtractione, additis longitudini Pekinenſi grad. 360, quoniam ſubtractio fieri nequit, reſtat puncti illius longitudo Grad. 249 30'. Itaque applicetur Regula per inventos longitudinis gradus in oppoſitis lateribus latitudinum; tum aſſumptis circino gradibus latitudinis 8 21', poſito circino in concurſu Regulæ cum Parallelo latitudinis Auſtralis Grad. 30, notatur Auſtrum versùs punctum ponè Regulam, eritque in Mappâ locus reſpondens aſſumpto Diſci puncto, & ad eas partes Eclipſis terminus. Idem omnino ſimiliter fiet circa omnia ſingillatim puncta tam occidentalia, quàm orientalia in arcu Diſci, donec abſolvatur catalogus numeri 1. Puncta quæſita ſi rete rectilineum ſit, ope normæ ſtatim habentur, ſi ita applicetur, ut latus unum per inventæ longitudinis, alterum per datæ latitudinis gradus in rectanguli lateribus tranſeat: ſic enim Normæ angulus erit in puncto quæſito. Per puncta inventa occidentalia ducatur diligenter linea, item alia per orientalia. Hæ lineæ erunt in diverſis caſibus variæ, ſemper tamen decenter curvæ. Loca omnia lineæ occidentali ſubjecta vident ſummum defectum Solis in hujus ortu; ſubjecta orientali, in occaſu. Puncta, per quæ illæ lineæ ductæ ſunt, indicant loca, in quibus ſumma Eclipſis oriente Sole eſt tot digitorum, ad quot ſingula reſpectivè pertinent, & in iis terminantur lineæ digitorum Eclipticorum ſimilium inferiùs ducendæ, quare ea puncta ſingula notanda ſunt. Cum penumbra habet intra Diſcum utrumque limitem, Au-

Auſtralem, & Borealem, ut in *figura* 22, hæ duæ lineæ ab invicem ſunt ſejunctæ, & ſingulæ in limitibus penumbræ utrinque terminantur; ut oſtendit *figura* 26. Alias coëunt in unam lineam, nempe conveniunt in unum commune punctum, quod ſemper ad Meridianum pertinet, utpote enatum è puncto Diſci *B*. Ita contingit in *figura* 27. In hoc eventu, qui frequentior eſt; pro iis lineis integrè ducendis, plerumque non ſufficiunt puncta in lineis digitorum Eclipticorum, aut etiam cum iis punctum reſpondens Diſci puncto O. Ut uno labore duas ærumnas conficias, ita fiet. Quia in caſu hoc horarum lineæ ad partes, ad quas penumbra excedit Diſcum, ſecant Diſci perimetrum, conſequenter pro earum punctis in illâ inventæ ſunt (24. hujus) latitudines convenientes, quarum ſervandus catalogus: eorum punctorum quærantur puncta in Tabulâ Geographicâ ſimiliter, ac fit pro cæteris. Per hæc puncta continuentur dictæ lineæ, donec coeant in punctum commune: & in iiſdem punctis terminabuntur horæ cognomines deinceps in Mappâ ducendæ. Quia autem punctum 90, hoc eſt *B* (niſi polus ibi ſit) diſtat à Polo quantitate declinationis Solis (juxta dicta in Coroll. 6. hujus), & quidem ultra cum declinatio eſt ad eum Polum, citra cum ad oppoſitum: hinc in poſteriore caſu, quia penumbra Polum non involvit, is in mappâ ſtatui poteſt prope marginem ſuperiorem, eritque centrum Parallelorum in priore ab eo margine removendum intra Mappam tot gradibus latitudinis, quot habet data Solis declinatio, aut paulò plus. Nec tamen opus eſt ultra Polum Long. gradus diſtinguere, cùm Latitudines neceſſariæ per gradus in oppoſito Æquatoris ſemicirculo haberi poſſint.

Fig. 22.

Fig. 26.

Fig. 27.

Quintò. E ſingulis punctis intra Diſcum, in quibus lineæ limitum penumbræ, item digitorum, & Orbitæ ſecant ſingulas curvas horarum demittantur normales ad Orbitam, & comparando tempus in Orbitâ, in quod ſingulæ incidunt, cum horâ puncti, in quâ ſunt ſingula illa puncta, eruatur ſingulorum longitudo. Ex. gr.

ex

Fig. 22.

ex puncto hor. 19 in limite penumbræ Australi (*Figura* 22.) demissa perpendicularis incidit in punctum Orbitæ spectans ad horam Pekinensem 4. 28; hoc est (additis 24) 28 28'. Inde subtractis 19 hora puncti in Disco, unde demissa perpendicularis, restant horæ 9. 28'; est ergo differentia longitudinum subtractiva Gr. 142 0'. Subductis his è longitudine Pekinensi, invenitur longitudo puncti assumpti 351 46'. Ex longitudine inventâ, & simul latitudine notâ ex catalogo numeri secundi, determinetur in Mappâ punctum conveniens, ut numero præcedenti. Et ita de reliquis. Puncta hæc cum è communibus concursibus horarum, & linearum Eclipticarum Disci enascantur, tam ad horas, quàm ad digitos Eclipticos spectant. Itaque puncta, quæ ad easdem partes ab occasu in ortum ad eandem Eclipsis quantitatem pertinent, jungantur diligenter lineis curvis, terminandis utrinque in punctis cognominibus linearum summæ Eclipsis numero præcedenti inventis. Harum extremæ curvarum definient totum Telluris tractum, in quo aliquid Eclipsis spectari poterit; extra ipsum verò, nihil omnino: Reliquæ lineæ definient quantitatem summæ Eclipsis in locis quibuslibet sibi subjectis; ut linea Orbitæ per puncta propria descripta, definiet loca omnia, in quibus spectabitur Eclipsis centralis. Pariter puncta eadem, quatenus horaria, ab Austro ad Boream cognomina jungantur lineis: quæ plerumque curvæ erunt; ac terminantur in limitibus penumbræ ad Boream, & Austrum, cum penumbra intra Discum habet utrumque; iis exceptis, in quibus intra tractum Terræ Eclipticum alicubi Sol oritur, & occidit; hæ enim ex eâ parte, ad quam sunt supra horizontem terminantur in limitum altero; ad alias partes sistunt in linea summæ Eclipsis horizontalis, ubi eam secat Parallelus, in quo horæ illæ ortivæ sunt, aut occiduæ, cujus latitudo (26. hujus) quærenda. Hoc autem accidit horis omnibus, cum penumbra alterutro caret limite, ut ostendit *figura* 26. in horis 18, 6, & 7. Quod si contingat lineam quampiam hu-

Fig. 26. pro priore casu.

hujuſmodi bis incurrere in eundem penumbræ limitem, ita ut cadat tota intra tractum Eclipticum, ibi utrinque ſiſtet, nec ad lineam ſummæ Eclipſis horizontalis perveniet: nimirum eâ horâ nullibi erit ſumma Eclipſis oriente, aut occidente Sole. Tam horarum, quàm digitorum lineis ſui numeri convenientes adſcribantur, ut figuræ oſtendunt. Loca omnia ſub lineis horarum ſpectabunt ſummam Eclipſim eâ horâ, cujus lineæ ſubjacent, & quantitatis, quam decuſſantes lineæ digitorum indicant. Horæ, & quantitates in locis intermediis ab hora ad horam, & ab una trium digitorum linea ad aliam æſtimatione diſcerni poſſunt, quantùm ſatis ad intentum: ut non tanti videatur ſingulorum digitorum, ut & ſemihorarum, & quadrantum lineas ducere (licèt eodem artificio poſſe manifeſtum ſit) immenſi utique laboris incremento. Hinc etiam pro lineis 12 digitorum, cùm ab Orbitâ diſtinctæ ſunt, ut plerumque, ſatis erit invenire puncta in lineis ſummæ Eclipſis horizontalis, & in meridie: cùm enim ad ſenſum ſint æquidiſtantes viæ centri penumbræ, hac primò ducta, illæ duæ manu ſatis bene duci poſſunt.

Sextò. Diducto circino ad intervallum totius radii Penumbræ è ſingulis punctis in perimetro Diſci, quibus numero quarto uſi ſumus (exceptis punctis limitum, è quibus ducta perpendicularis ad Orbitam, ei Radio æqualis eſt) notentur in Orbitâ hinc inde duo puncta, quæ æqualiter diſtabunt ab eo, in quod cecidit perpendicularis (nam ſi ducerentur lineæ ex puncto Diſci ad hæc puncta, hæ ambæ eſſent æquales; & cum ea perpendiculari, & Orbitæ portione incluſa facerent duo triangula, quorum ea perpendicularis eſt latus commune, & anguli ab ea utrinque recti æquales; conſequenter (26 1 Euclid.) portiones Orbitæ inter perpendicularem, & ſingula ea puncta etiam æquales). Horæ Orbitæ, in quæ ſingula puncta incidunt comparentur cum horâ ortûs, aut reſpectivè occaſûs in punctis Diſci, unde ea puncta notantur, quæ hora ex catalogo numeri primi nota eſt;

&, ut

&, ut priùs, eruatur ſingulorum longitudo conveniens. Ex hac, & latitudine ex eodem catalogo nota, determinentur, ut priùs, puncta in Mappâ. Puncta ad partes occidentales, quæ prodeunt ex punctis notatis in Orbitâ ad partes occidentaliores in Mappâ cadent à linea ſummæ Eclipſis horizontalis in ortu orientem verſus, & contra. Similiter ad partes orientales puncta, quæ oriuntur ex notatis in Orbita ad partes orientaliores cadent à linea ſummæ Eclipſis in occaſu ad partes occidentales, & viciſſim. Per inventa puncta ducantur decenter curvæ, nempe una per puncta extra lineam ſummæ Eclipſis in ortu, altera per puncta intra eam, & ſimiliter ad utraſque partes à lineâ ſummæ Eclipſis in occaſu. Priores duæ coibunt utrinque cum extremis lineæ ſummæ Eclipſis in ortu, poſteriores cum ſimili in occaſu, ſiquidem penumbra habeat intra Diſcum, nempe & in Mappâ utrumque limitem auſtrinum, & boreum, ut in *Figura 26.* Harum linearum, quæ ſunt utrinque extremæ ſunt limites Eclipſis ab occaſu in ortum; hoc eſt totius tractûs ab occaſu in ortum, in quo aliquid Eclipſis ſpectari poterit; & in locis ſubjectis lineæ extremæ ad occidentem finitur Eclipſis in ipſo Solis ortu, quare tota abſolvitur infra horizontem: In locis ſubjectis oppoſitæ extremæ incipit Eclipſis in ipſo Solis occaſu, & reliquum totum infra horizontem peragitur. Linea interior ad occidentem indicat in locis ſibi ſubjectis Eclipſim incipere in ipſo ortu, & interior ad Orientem finiri in ipſo occaſu: quare hæ duæ lineæ definiunt ab occaſu in ortum totum Terræ tractum, in quo Eclipſis ab initio ad finem uſque erit ſpectabilis. Loca verò omnia, quæ lineis initii, & finis Eclipſis in ortu intercluduntur, finem Eclipſis ſpectare poterunt, ſed non initium; contra intercepta ſimilibus lineis in occaſu, initium videbunt, ſed non finem: quæ verò ſunt inter lineam ſummæ Eclipſis in ortu, & lineam finis, finem tantùm, non item ſummam Eclipſim; contra quæ ſunt ad alias partes intra lineam initii in ortu, etiam ſummam Eclipſim ſpectant. Similiter loca, à linea finis

Fig. 26.

finis in occasu usque ad lineam summæ Eclipsis, initium, & summam Eclipsim, cætera verò usque ad lineam initii, solùm initium spectare poterunt. Cùm penumbra alterutro limite Boreali, vel Australi caret, lineæ initii, finisque Eclipsis horizontalis binæ, & binæ in unam coëunt, similiter ac lineæ summæ Eclipsis horizontalis. Hinc si puncta in lineis digitorum non sufficiant, quærantur alia similiter, ac pro linea summæ Eclipsis factum fuit. Porro linea initii Eclipsis in ortu, quæ est interior lineâ summæ Eclipsis in ortu, coibit cum lineâ initii in occasu, quæ est exterior; & linea exterior finis Eclipsis in ortu, cum linea interiori finis in occasu; quod diligenter notandum, nè perperam ad eas partes ducantur, & phases falsò indicentur. Puncta concursuum binarum quandoque erunt idem punctum, quandoque diversa. Cùm idem sunt, idem pariter erunt cum communi concursu linearum summæ Eclipsis horizontalis, ideoque in lineâ horæ meridianæ, in distantiâ à Polo æquali declinationi Solis. Cum sunt diversa, si ex Polo intervallo datæ declinationis Solis ducatur arcus, is tangere debet tres curvas initii, summæ, & finis Eclipsis in punctis concursuum; nec ulla earum intra spatium eo circulo conclusum excurret, si exactè ductæ fuerint; arcusque ejus Paralleli erit pro horâ meridiei relativè ad eas phases horizontales. Vide *Fig.*27. Prædicta concursuum puncta notentur ✱: inde enim hinc, vel inde diversus est earum linearum usus, ut infra dicam. Quod si contingat (ut potest, licèt rariùs) Eclipsim contingere quidem in ortu Solis, nullibi tamen in occasu, aut contra (quod Typus ipse ostendet; si nempe penumbra solum semicirculum occidentalem Disci mordeat, aut solum orientalem) prædictæ tres lineæ solùm ad plagam occidentalem, aut respectivè orientalem habentur, & coibunt simul in suis utrinqne extremis, in quibus indicabitur initium simul, summa, & finis Eclipsis, nempe in locis sub illis punctis solus Luminarium instantaneus contactus apparebit. In casu defectûs alterutrius limitis *Fig.*27.

penumbræ, notari etiam debet in mappâ locus reſpondens puncto Diſci O, axis Orbitæ; ibi enim fit ad eas partes obſcuratio maxima, vel minima. Maxima quidem, cum centrum penumbræ Diſcum non ingreditur; minima cum ingreditur. Ratio eſt quia in eo axe minima omnium eſt diſtantia centrorum penumbræ, & Diſci: quare ſi centrum penumbræ ſit intra Terram, tunc maxima portio penumbræ immergitur, quare punctum O ad partes oppoſitas habet minimam intra umbram immerſionem, ac cætera limbi Diſci puncta: eſt ergo obſcuratio minima. At cum centrum penumbræ extra Terram eſt, punctum O maximè omnium intra penumbram immergitur, hinc ibi fit maxima obſcuratio. Itaque tale punctum ſemper eſt in linea ſummæ Eclipſis horizontalis, quæ cùm ducta jam ſit, & puncti O latitudo habeatur ex catalogo numeri primi, ſi ducatur occulta portio Paralleli latitudinis puncti O ſecans lineam ſummæ Eclipſis horizontalis in ortu, ſi punctum O ſit in ſemicirculo Diſci occidentali, vel in occaſu, ſi in orientali; ea ſectio eſt punctum quæſitum, cui adſcribitur phaſis conveniens maxima, aut minima. Similiter, quia ex eodem catalogo ſcitur latitudo punctorum *I*, & *F*, in quibus primò incipit, nempe in *I*, & ultimò deſinit Eclipſis, nempe in *F*, nimirum in *I* ſit prima phaſis, in *F* ultima, & punctum *I* ſpectat ad ortum, *F* ad occaſum Solis, manifeſtum eſt ea puncta eſſe debere primùm in lineâ initii Eclipſis Sole oriente, alterum in lineâ finis Sole occidente. Cum ergo hæ lineæ jam ductæ ſint, ubi Parallelus puncti *I* ſecat lineam initii Eclipſis in ortu, notabitur prima Phaſis, & ultima ubi Parallelus puncti *F* ſecat lineam finis in occaſu. Punctum Diſci *T* ſemper
Tab.8. Fig.23. eſt in lineâ meridianâ, ut patet. Si penumbra illud involvat, notatur ejus punctum in horâ 24, ubi eam ſecat Parallelus æqualis, & ejuſdem ſpeciei, latitudinis cum datâ Solis declinatione. In eo puncto ſumma Eclipſis fit in vertice, nec unquam centralis, niſi novilunium verum fiat in ipſo nodo; quod rariſſimum eſt. Si pun-

punctum *T* penumbram non ingreditur, ut in *Fig.* 23. 27. nullibi contingit Eclipsis in vertice; hinc punctum illud in Mappâ non notatur.

Septimò. Ex factâ hactenus descriptione, liquet lineam, seu lineas digitorum o in concursibus cum lineis summæ Eclipsis horizontalis quasi dividi in duas, ambas item digitorum o, sed alteram in immersione, alteram in emersione tam in ortu, quàm in occasu Solis. Idem contingit lineis aliorum digitorum, quæ ibidem pariter dividi possunt in binas spectantes ad totidem digitos in horizonte, alteram in immersione, alteram in emersione. Harum puncta inveniuntur similiter; utendum tamen Radio penumbræ minuto tribus digitis pro lineis trium digitorum, sex digitis pro lineis 6 digitorum &c. Lineæ ductæ per puncta inventa, quæ sunt extra lineas summæ Eclipsis horizontalis indicabunt totidem digitos Eclipsis orientis in emersione, occidentis in immersione; cæteræ Solis orientis in immersione, occidentis in emersione. Hæ lineæ coibunt binæ, & binæ in lineis summæ Eclipsis horizontalis cum respondentibus lineis digitorum Eclipsis non horizontalis, si utrinque ab Orbitâ habeantur cognomines. Cum alteruter deest, ut in *Figura* 27. linea borealis digit. 3 re ipsa connecteretur ortiva cum occidua similiter, ac lineæ initii, & finis. At quià in illis angustiis tot lineæ confunderentur, & confunderent, satis est ad eas partes produci, quandiu potest sine confusione. Horæ in Mappâ jam descriptæ nihil habent commune cum lineis his phasium horizontalium, unis exceptis lineis summæ Eclipsis; sed phases illæ contingunt in locis subjectis eâ ipsâ horâ, qua ibi Sol oritur, aut occidit. Possunt tamen etiam horæ phasium horizontalium facilè describi; erunt enim portiones Parallelorum à lineâ initii, tam in ortu, quàm in occasu, transeuntes per puncta horarum descriptarum in lineâ summæ Eclipsis horizontalis: patet enim eandem horam numerari Sole oriente, aut occidente in eodem Parallelo eodem die saltem ad sensum intra tem- *Fig.* 27.

pus durantis Eclipsis. Hinc portio Æquatoris erit h. 6. Similiter duci possunt semihoræ, & quadrantes, inventis (26. hujus) latitudinibus Parallelorum, in quibus illi ad ortum, vel occasum Solis spectant. Hinc autem clariùs intelligitur, cur puncta, in quibus coëunt lineæ initii, & finis Eclipsis in ortu, & occasu Solis, licèt concursus illi omnes enascantur à puncto meridiano *B* Disci, non tamen semper sunt in lineâ hor. 24 numero 5 ducta. Nam ea linea spectat ad Eclipsim non horizontalem; at pro phasibus horizontalibus meridiana est portio Paralleli, qui tangit illa puncta concursuum.

Hîc autem notandum, prædictarum horarum horizontalium singularum segmenta utrinque à lineâ summæ Eclipsis horizontalis, usque ad lineas initii, & finis esse æqualia. Quod etiam contingit quibusvis aliis Parallelis Æquatoris, sive per lineas rectas, sive per circulos exhibeantur. Ratio est quia puncta Orbitæ, per quæ determinantur in Mappâ puncta linearum initii, & finis distant æqualiter à punctis summæ Eclipsis, ut numero 6 ostendimus: ergo unius longitudo tanto minor est longitudine puncti summæ Eclipsis, quanto alterius major; consequenter utrinque à linea summæ Eclipsis in suis Parallelis æquales utrinque arcus abscindunt. Hinc unâ, & eadem operâ, non ductis perpendicularibus, inveniri possunt puncta Orbitæ spectantia ad summam Eclipsim horizontalem. Nam si fiat summa horarum, ad quas invenitur spectare initium & finis, ac bifariam dividatur; semissis erit hora spectans ad summam Eclipsim, ut patet. Et hoc compendium affert non contemnendum.

Octavo. Tandem sicut lineæ summæ Eclipsis horizontalis habent utrinque duas lineas in utroque, vel altero extremo secum coëuntes, quarum dexterior initium, sinisterior finem in horizonte notat in locis sibi subjectis; ita similiter cæteræ horæ summæ Eclipsis similes lineas utrinque habere possunt, in altero, vel utroque extremo secum coëuntes, quarum sinisterior, hoc

est

est occidentalior finem, dexterior orientalior initium Eclipsis supra horizontem in locis sibi subjectis indicent. Earum describendi ratio eadem est, ac horizontalium; si nempe statuto circino in punctis intra Discum ad horas digitosque spectantibus, radio penumbræ notentur in Orbitâ hinc inde duo puncta, quæ simili ratione ostendentur æqualiter distare à momento summæ Eclipsis eâdem horâ; ac deinde cætera fiant, ut pro phasibus horizontalibus. Et hic etiam locum habent, quæ diximus in notando præcedenti, ac simile compendium. Hæ lineæ quando umbra caret alterutro limite, ad eas partes non coëunt cum lineâ horæ summæ Eclipsis non horizontalis cognominis, sed lineæ initii Eclipsis cognominibus in lineis initii Eclipsis horizontalis, & lineæ finis cum similibus in lineis finis: Quod idem accidit, ubi penumbra utrumque habet limitem, iis horis, quæ alicubi intra spatium Eclipticum ortivæ sunt, vel occiduæ. Ut ostendit *Fig.* 26, in quo ejusmodi lineæ per puncta ad distinctionem ductæ sunt. *Fig.*26. *In Fig.*27 non duximus, quia Mappam longe majorem petunt, ut sine confusione delineentur. *Fig.*27. Patet autem similiter, ac pro phasibus horizontalibus fecimus, etiam lineas, quæ indicent dig.3 &c. tam in immersione, quàm emersione, duci posse. Quod quidem innuo, ut appareat Typi Ecliptici, de quo agimus, usus amplissimus; non ut in Mappâ universali tantum laboris impendatur sine respondenti utilitate. Præcedentibus peractis Tabulæ Geographicæ petita descriptio absoluta erit. Quod erat faciendum.

Ex hactenus dictis pauca sunt, quæ ulteriori egeant demonstratione; ex constructione enim Typi, & aliis supra ostensis satis patent, Nam numerus primus, & secundus & coroll. 9, & 10 6ª item ex 26, & 27 hujus constant. Numerus tertius probatione non eget; licet enim Terrarum tractus in libitâ formâ exhibere, modò longitudines, & latitudines certa lege serventur. Tria ergo restant demonstranda, nempe in datâ praxi ritè determinari primò *momenta summæ Eclipsis* in datis horarum, & di-

digitorum punctis, secundo *differentias longitudinum*, Tertio *puncta phasium horizontalium*.

Ostenditur primum. Summa Eclipsis in quovis loco tunc est, cum centrum penumbræ (23. huj.) ab eo minimè distat; tunc enim in Disco per Lunæ cælum apparet minima centrorum Solis, & Lunæ distantia. Sed à puncto ad lineam distantiam minimam determinat perpendicularis linea; nam alia quævis, utpote hypothenusa trianguli rectanguli (18, & 32 1 Euclid.) major est: ergo in datâ praxi determinatur minima distantia centri penumbræ ab assumptis Disci punctis, ideoque summa Eclipsis. Quod est primum. Vide tamen de hoc Scholium sequens.

Ostenditur secundum. Differentia longitudinum duorum Locorum Terrestrium commensuratur differentiæ horarum, quæ in utroque eodem reali momento numerantur. Singulis enim horis debentur quindeni gradus Æquatoris, & cujusque Paralleli, ulteriores quidem Orientem versùs pro loco, in quo numeratur hora posterior, citeriores in Occidentem pro eo, in quo numeratur hora prior. Cùm ergo horæ in Orbitâ notatæ sint quæ numerantur in dato loco, pro quo Typus descriptus, cùm centrum penumbræ est in orbitæ horis &c. hora verò puncti assumpti in Disco ea sit, quæ eodem momento ibi numeratur; patet ritè determinari eo pacto longitudines. Quod est secundum.

Ostenditur tertium. Typi Semicirculus occidentalis pertinet (Coroll. x1. 6 hujus) ad loca, quibus Sol successivè oritur; orientalis ad ea, quibus occidit. Phases ergo per puncta peripheriæ Occidentalis inventa ad Solem orientem, & per puncta peripheriæ Orientalis ad occidentem pertinent. Jam ritè determinari phases summæ Eclipsis horizontalis constat ex demonstratione primæ partis. Pro punctis initii, & finis utimur toto penumbræ radio, consequenter cùm centrum penumbræ est in punctis Orbitæ è perimetri punctis eo radio notatis, tunc per ea puncta transit penumbræ limes,

vel

vel primò ea attingens, vel ultimò deferens: tunc ergo in iis incipit, vel definit Eclipsis: rectè ergo etiam harum linearum puncta determinavimus. Porro Disci, seu Telluris perimetri puncta penumbra primò attingit, cum centrum habet adhuc ad occidentem respectu Terræ (penumbra enim pergit, ut Luna, ab occasu in Ortum); ultimò autem, cùm ad orientem. Ergo puncta Orbitæ occidentaliora punctis summæ Eclipsis tam in ortu, quàm in occasu Solis determinant initium Eclipsis in ortu, & orientaliora finem: sed citra ea loca omnia, quibus Eclipsis finitur oriente Sole, & ultra ea, quibus incipit in ipso occasu, nihil de Eclipsi spectatur, cùm Solem sub horizonte non videant: ubi verò Eclipsis incipit in ortu, aut finitur in occasu tota Eclipsis est conspicua: ergo puncta finis Eclipsis in ortu, & initii in occasu, sunt omnium utrinque extremæ, ac limites ad occasum, & ortum tractûs Ecliptici; ideoque extra lineas summæ Eclipsis horizontalis; puncta verò initii in ortu, & finis in occasu sunt intra lineas summæ Eclipsis in ortu, & occasu. Similis est demonstratio pro aliis phasibus horizontalibus: cum enim utamur radio penumbræ minuto 3, 6 &c. digitis diametri Solaris, patet centro penumbræ posito in notatis punctis Orbitæ penumbram in ea loca, consequenter (23. hujus) Lunam in Solem immersam ibi spectari 3, 6 &c. digitis, sive in immersione sive in emersione. Puncta ergo omnia, consequenter etiam lineas rite determinavimus. Simili discursu patet de lineis spectantibus ad Eclipsim non horizontalem; pro quâ, quia punctis Disci usi sumus spectantibus ad horas simul, & digitos; ad horas simul, & digitos spectant puncta inventa in Mappâ; & quia digitorum lineæ ab occasu in ortum, horarum a Boreâ in Austrum procedunt, rectè tam has, quàm illas ductas fuisse constat. Patet ergo ratio totius constructionis. Quod erat &c.

Usus Tabulæ facilis est, & magnam partem in ipsa constructione expositus: cavenda tamen confusio. Quare, ut dictum est supra, horæ, & lineæ digitorum Eclipsis

psis non horizontalis nil habent commune cum lineis phasium horizontalium, præterquàm summæ Eclipsis. Itaque ubi linea aliqua earum horarum secat lineam aliquam phasis horizontalis, duo ibi indicantur; nempe eo in loco summam Eclipsim spectari eâ horâ, & quantam lineæ digitorum ab occasu in ortum innuunt: alterum ibidem Solem oriri, aut respectivè occidere cum defectu, quem linea phasis horizontalis eam horam interfecans notat; eritque in immersione, si de ortu Solis res sit; in emersione, si de occasu: nam prædictæ lineæ horariæ ad lineas immersionis in occasu, & emersionis in ortu non perveniunt.

Præterea Cum lineæ Eclipsis horizontalis in ortu discretæ non sunt à similibus in occasu, diligenter secernendæ earum partes. Nam linea summæ Eclipsis à linea horæ 24 summæ Eclipsis non horizontalis secernitur; ita ut ejus pars ad occidentem tota indicet summam Eclipsim in ortu Solis; ac tota pars in orientem, in occasu Solis. Punctum concursûs ad utrumque spectat. Similiter lineæ initii, & finis secernuntur in punctis concursuum, in quibus binæ similes coëunt; & à concursu in occidentem ad Solis ortum, in orientem ad occasum pertinent, communes concursus ad utrumque. Ratio est, quia hi tres concursus respondent Disci puncto *B*, quod in declinatione Solis ad Polum conspicuum spectat ad eum Parallelum, in quo centrum Solis tunc præcisè descendit usque ad horizontem, ac statim iterum ascendit; quare ortûs, & occasûs, seû potiùs quasi ortûs, & occasûs idem est momentum. In declinatione oppositâ spectat ad Parallelum, in quo centrum Solis præcisè usque ad horizontem pervenit, ac statim incipit rursus mergi. Hinc etiam ea tria puncta in Mappâ ortui, occasuique communia sunt. Cætera peripheriæ Disci puncta hinc, & inde a puncto *B* vel ad solum ortum, vel ad solum occasum referuntur; ideò similiter accidit prædictis lineis ultra citraque concursuum puncta. Notandum autem concursum linearum initii semper esse orientaliorem con-

concurſu linearum finis, quoties diſcreti ab invicem ſunt. Cum enim ii concurſus ad ortum ſimul, & occaſum referantur, & umbra loca orientaliora ſeriùs attingat, quàm occidentaliora, & relinquat priùs occidentaliora, quàm orientaliora, locus in quo Sol oritur, & occidit initio Eclipſis neceſſario occidentalior eſt eo, in quo ſub eodem Parallelo oritur, occiditque in fine.

Conſideranda Ulteriùs ſunt puncta quædam, in quibus prædictæ tres lineæ ſe invicem ſecant. Linea initii Eclipſis in ortu ſecare non poteſt lineam ſummæ Eclipſis item in ortu, præterquam in limitibus penumbræ Auſtrali, & Boreali. Nam cum ibi Eclipſis etiam ſumma ſit o, ut initio, & fine, nihil eſt inconveniens: at alibi cum ſumma Eclipſis adulta ſit, ſi ibi incurreret etiam linea initii in ortu, indicaret Eclipſim incipere ſimul, & adultam eſſe, quod eſt abſurdum. Solùm ergo ſecabit lineam ſummæ Eclipſis in occaſu, indicabitque in loco ſubjecto communi illi ſectioni, Solem incipere tegi in ipſo ortu, & in momento ſummæ obſcurationis occidere eâ horâ, quam lineæ horariæ ſummæ Eclipſis indicant. Similiter linea initii in occaſu extra prædictos limites, tantùm lineam ſummæ Eclipſis in ortu ſecabit; & indicabit eo loci Solem occidere initio Eclipſis, & in momento ſummæ obſcurationis rurſus oriri; ideoque ibi Eclipſis præcedenti veſpere cæptæ reliquum a ſumma ad finem ſequenti die mane videbitur. Nox ergo in eo loco admodum brevis, ut in priori caſu dies: quare prior caſus in declinatione tantùm ad Polum non conſpicuum, poſterior in declinatione ad conſpicuum poteſt contingere. Pariter linea finis Eclipſis in ortu ſecare poteſt, extra limites prædictos, tantùm lineam ſummæ Eclipſis in occaſu, & linea finis in occaſu tantùm lineam ſummæ in ortu. In primo caſu notabit in communi ſectione ibi Solem occidere cum ſummo defectu, & in fine Eclipſis rurſus oriri die ſequenti: in poſteriore, Solem oriri cum ſummo defectu, & in fine Eclipſis occidere; quare, ut ſupra, in priore caſu nox admodum

 bre-

brevis, in posteriore dies, ideoque in singulis declinatio Solis, ut supra. Item ubi concurrunt linea initii in ortu, & finis in occasu, indicatur ibi Sole oriente incipere obscurationem, quæ toto die perdurans in ipso occasu finitur; hinc pariter dies admodum brevis, & declinatio Solis ad polum non conspicuum. Ubi verò se secant linea finis in ortu, & initii in occasu, indicatur ibi Solis occultationem incipere vesperi præcedenti in ipso occasu ac Eclipsi totam noctem perseverante, in ortu diei sequentis finiri: quare nox brevis admodum, & declinatio ad Polum conspicuum. Lineæ horarum initii, & finis numero octavo ductæ indicant horam initii, & respectivè finis in locis sibi subjectis: quæ erit ortûs, aut occasûs in punctis ubi illæ secant lineas initii, & finis in horizonte. Porro hæ horæ cum lineis digitorum nihil habent commune, cùm Eclipsis quantitas initio, & in fine semper sit o. Momenta inter singulas horas, ut & Eclipsis quantitas in locis lineas digitorum interjacentibus, æstimatione, quantum satis ad intentum, discernuntur.

Tandem plaga defectûs Solaris ex Mappâ ita scietur. Si in Mappâ extat via centri penumbræ, omnes regiones eâ Australiores vident Solem deficere in parte Boreali (intellige in summo defectu), Borealiores in Australi. Quæ subsunt viæ centri, defectum centralem vident. Excipe lineas digitorum 12, cùm diversæ sunt a via centri. Nam si detur umbra pura (id in Mappa notatur adscriptis lineæ centri litteris *CT*, nempe *centralis totalis*, alias *CA*, *centralis anularis*) linea 12 digitorum Australior indicat contactum interiorem Solis, & lunæ ad plagam Australem, Borealior ad Borealem. In Eclipsi anulari Australior indicat contactum Borealem, Borealior Australem, hinc prior refertur ad digitos defectûs in plagâ Boreali, posterior in Australi. Si in Mappâ desit via centri penumbræ, omnibus regionibus apparebit summus defectus in eam plagam, in quam vergit cavitas linearum digitos Eclipsis non horizontalis exhibentium.

Co-

Coroll. I. Ex Tabula Geographicâ superiùs descriptâ mirum in modum declaratur, imò oculis ipsis subiicitur totus penumbræ in Terrâ progressus in occurrentibus Eclipsibus, ideoque diversitas tum temporis, tum quantitatis, quæ in Solis occultatione iisdem, ac diversis momentis è diversis locis conspicitur: aliqua hîc ulteriùs declarare non erit inutile. Et *primò* patet, ei qui primus Eclipsim videt vel ultimus, tunc apparere Solis extremum occidentale in horizonte, consequenter Solem proximè oriri, vel proxime occidere: nam radii Solis, qui penumbram circumscribunt, sunt radii è Solis peripheriâ ad peripheriam Lunæ. Cum ergo penumbra in Terram primò incidit, in eo puncto eam tangit radius ex limbo Solis occidentali, ad Lunæ limbum orientalem (nam Luna ab occidente Solem orientaliorem assequitur); ut etiam in loco, ubi ultimò cernitur initium Eclipsis. In iisdem punctis terram tangit proprius eorum locorum horizon: ergo radius ille & consequenter extremum Disci Solis occidentale, unde emanat, sunt in loci horizonte. At cum limbus occidentalis Solis est in horizonte ortivo, centrum, ac reliquum Solare corpus est infra horizontem, sed proximè emersura; & cum idem limbus est in horizonte occiduo, centrum, & corpus Solare totum sunt supra horizontem, sed proximè occasura: patet ergo propositum. Quia tamen refractio horizontalis sidera attollit ad 32', & paulò plus, totidem apparet ferè corpus Solare, hinc in priore casu Sol totus supra horizontem apparebit, tanquam nonnihil antea ortus non in ortu viso, in posteriore non nihil supra horizontem elevatus; ideoque non in ipso occasu viso; & hinc limites Eclipsis ad ortum, & occasum non nihil extenduntur.

II. Licet Sol oriatur saltem proximè ei loco in quo fit prima phasis, & occidat proximè ei, ubi ultima, non tamen ea loca sunt termini tractûs Terrarum in quo Eclipsis spectari poterit, sed etiam aliis locis occidentalioribus spectabilis erit, quibus momento primæ phasis Sol

 adhuc

adhuc ſub horizonte deliteſcit, & orientalioribus, quibus momento ultimæ phaſis jamdiu occidit; licèt non integra. Ratio eſt, quia penumbra craſſitiem ſuam habet ſatis magnam. Hinc quando ejus limes orientalis Terram attingit, reliqua umbra tota extra Terram eſt, quæ Lunâ paulatim in ortum procedente ſenſim Terram ſubit. Attamen interea Sol, & Luna in occaſum motu diurno rapiuntur, & ſucceſſivè locis aliis, & aliis occidentalioribus oriuntur, in quæ cum incidere non poſſit radius Solem, & Lunam tangens, qui ad ortum jam proceſſit incidunt radii intra penumbram, conſequenter oritur Sol jam deficiens plus minus, prout axi penumbræ propior, aut ab eo remotior fuerit radius penumbræ in loco Terram tangens; idque tamdiu, quamdiu locum tangat radius tangens limbum orientalem Solis, & occidentalem Lunæ, qui in oppoſitâ umbroſi coni ſuperficie exiſtit. Similiter in occaſu, quando in loco apparet ultima phaſis, eum tangit ſuperficies penumbræ occidentalis; ergo tota penumbra jam extra Terram eſt, quæ idcirco multò ante à Terra egredi cæpit. Non autem egredi cæpit in loco ultimæ phaſis, alioquin ibi tunc Sol occidiſſet: ergo in locis orientalioribus, quibus prius occidit, conſequenter ad ea etiam penumbra pervenit, Soliſque defectus fuit conſpicuus. Itaque linea initii Eclipſis in ortu, in quâ fit prima phaſis, & finis in occaſu, in quâ linea fit phaſis ultima, ſunt limites tantùm tractus Terrarum, in quo Solis Eclipſis occurrens a principio ad finem ſpectari poterit.

III. Patet penumbram poſt initium Eclipſis Terræ ad ortum ſimul, & occaſum diffundi; ad ortum quidem ſecundum partes orientales, procedente penumbrâ cum Lunâ ad ortum ab occaſu; ad occaſum ſecundum partes occidentales, quæ propter motum diurnum Solis, & Lunæ in loca occidentaliora ſucceſſivè incurrant. Ubi autem limes penumbræ occidentalis Terram ſtrinxit, tum diffuſio in occidentem ceſſat, ac tota in ortum pergit, lentiùs tamen, quaſi Sol, & Luna motum diurnum non

ha-

haberent. Contra ante finem Eclipsis Terræ, penumbra in Terrâ postquam ejus limes orientalis eò pervenit, ut Terram tangens immediatè posteà eam deserat, tam ab occasu, quàm ab ortu coarctatur, & decrescit: ab occasu, quia limes penumbræ occidentalis inde ad ortum perpetuò progreditur; ab ortu, nam partes penumbræ orientales successivè aliæ atque aliæ, è Terrâ egrediuntur, donec limbus occidentalis Terram tangat, nempe in loco ultimæ phasis; ac tum Eclipsis Terræ finem habet. Quæ omnia lineæ phasium horizontalium in Mappâ ipsis oculis subiiciunt.

IV. Hinc in eâdem Mappâ sciri potest quantum temporis insumat penumbra, ut Terram subeat secundum totam eam partem quæ subitura est pro Lunæ latitudine, & quantum temporis ab initio emersionis è Terrâ ad finem insumat. Si enim observetur in Mappâ maxima longitudo primæ phasis, & minima in linea finis in ortu, differentia longitudinum in horas, & minuta conversa, dabit primum: alterum similiter habetur ex differentiâ longitudinis ultimæ phasis a maxima longitudine lineæ initii in occasu. Horæ enim, & differentiæ longitudinum commensurantur. Alia multa consideranti inde eruere pronum est.

S C H O L I U M.

Facta descriptio ad intentum satis est, nempe, ut inde tempora, & phases Eclipsis prope veræ prò dato quovis loco cognosci possint, ac præparari necessaria ad observationem. Quod si res ad mathematicum rigorem exacta peteretur, multò majori labore opus esset. Nam *momenta summæ Eclipseos* determinavimus per normales ad Orbitam, quod fortè universaliter verum non est. Licèt enim ex omnibus rectis, quæ ab uno puncto ad datam rectam duci possunt, normalis sit brevissima, non tamen est necessariò brevissima omnium etiam obliquarum, quæ ex aliis punctis ad eandem lineam duci possunt nisi

nisi puncta illa sint omnia in lineâ datæ parallelâ. Porrò, cùm loca terrestria Opticè, & centrum penumbræ re ipsâ perpetuò moveantur, & non per lineas parallelas, Orbita enim semper recta est; Paralleli, aut sunt Ellipses, aut si lineæ rectæ, tum maximè ad Orbitam inclinantur, fieri fortè poterit alibi locum à centro penumbræ propiùs distare, quàm cùm sunt ambo in eâ perpendiculari. Tamen discrimen, si quandoque sit, valde modicum erit: Nam cum centrum penumbræ triplo, & quadruplo quandoque velociùs moveatur, quàm locus (is enim à limbo occidentali usque ad orientalem ab ortu Solis usque ad occasum pertingit, centrum verò penumbræ non impendit quatuor integras horas) vix continget minimam distantiam abesse ab eo perpendiculari ante, aut post, minuto uno. Nec obstat, quod in *Fig.* 27 linea minimæ distantiæ centri penumbræ ab apparentiâ Pekini recedat a perpendiculari ad Orbitam triginta circiter gradibus: est enim ratio disparitatis. Nam pro eâ phasi puncta horarum, & minutorum in Orbitâ determinata sunt pro Pekino. In horis autem sic determinatis contingere potest, & contigit sæpissimè tempora in Orbitâ, & Parallelo cognomina numquam incidere in rectam normalem ipsi Orbitæ, consequenter nec locum Terrestrem cum centro penumbræ: hinc minima distantia, quæ certò alicubi est, in lineâ obliquâ necessariò constituta est. At in descriptione Typi, & Mappæ universalis tempora Orbitæ indeterminata, & vaga supponuntur; ita ut aliter ac aliter pro diversis denominari possint. Hinc quia centro penumbræ posito in quovis puncto Orbitæ, ex quo ducatur perpendicularis; cùm centrum sit sub eâ perpendiculari, aliqua loca Terrestria apparere debent, in quibus ea numeratur hora, quam lineæ horariæ in Disco indicant, patet pro iis locis punctum illud Orbitæ ad eandem horam pertinere: nempe cùm centrum Orbitæ ibi est, in locis sub eâ perpendiculari ea hora numeratur. Ea ergo loca conveniunt cum centro penumbræ in eadem lineâ ad Orbitam perpendiculari;

Fig. 27.

lari; quare ibi habent a centro penumbræ minimam distantiam, saltem quàm proximè; ut supra dictum est. Similiter neque *variationis diametri apparentis Lunæ* pro variâ ab horizonte altitudine rationem habuimus: cùm hæc vel pro loco determinato non sit magni momenti; quanto minus pro Mappâ Generali. Item neque *Refractionis* rationem habuimus, qua cum ortum Solis acceleret, occasum retardet, limites Eclipsis ortivum, occiduumque nonnihil extendit, & phases horizontales paulo majores aut minores ibi exhibet, quàm in Mappâ notentur, ut in fine *Coroll.* I. innuitur. Tandem, neque habita est ratio *plagæ defectûs horizontalis*, ratione cujus fieri potest phasim horizontalem in Mappâ indicatam in ortu adhuc sub horizonte latere (amplum enim corpus est, & apparet Sol), aut ante centri Solis occasum jam delituisse; licèt refractio huic defectui plerumque medeatur. Hæc omnia indicanda fuerunt, nè plus dari videatur, quàm reipsâ detur.

Tabulam Geographicam obscurationis Telluris ex Typo universali antecedenter descripto deduxi. Methodus hæc perplacuit, tanquam omnium (quantùm sum expertus) expeditissima, & simul tutissima. Nam ex unâ parte hîc de pauculorum minutorum in longitudinibus, ac latitudinibus discrepantiâ cura esse non debet, quæ nec circino, multò minus oculo discernitur; ex alia parte eâdem operâ puncta pro lineis Digitorum simul, & Horarum expeditè admodum obtinentur; ac insuper si quis notabilis error (qui in calculo tam multiplici facilè subrepit) fortè committatur, ipsa inspectio Typi (in quo propter descriptos Parallelos propositorum punctorum latitudo præterpropter oculis ipsis manifesta est) illud prodit, monetque ut corrigatur. Cæterum eadem Tabula perfici potest tota ope solius calculi, unice, ad vitandam confusionem, descripto Typo Eclipsis Terrestris, qualis proponitur in 18. hujus; nempe Disco Terræ cum tribus axibus Æquatoris, Eclipticæ, & Orbitæ, ac viâ centri penumbræ, & hac etiam non sectâ in horas, & mi-

& minuta. Id, quod satis innui in *Coroll.* 2. post 24. hujus. Sed ne quis quidquam hîc desideret, placet nunc pleniùs rem declarare: inde enim, & superiùs dicta confirmabuntur, elucescentque magis, ut & projectionis hujus præstantia, usúsque mirabilis, & amplissimus.

*Tab.XI. Fig.*28. Esto ergo Discus Terræ (*Fig.*28.) pro primo exemplorum, quibus superiùs usi sumus. In eo meridiana, & axis Æquatoris esto BT, Polus P, ET axis Eclipticæ, OT Orbitæ. Angulus OTP inventus fuit Gr. 12. 21' 43 TM est distantia minima centrorum penumbræ, & Disci, quam invenimus in partibus sinûs totius partium 54, 47. Orbita, seu via Lunæ erit IMF ad OT per M normalis. Radius penumbræ MO, quem relativè ad sinum totum invenimus partium 526, 86. Diameter Solis est similium partium 523, 13. Motus æquabilis ☾ a ☉ partium 578, 10. Pro re præsenti, quærendæ sunt latitudines, & longitudines plurium punctorum in lineis singulis ducendis Digitorum. Pono pro exemplo lineam Digitorum 6, quæ concipiatur tanquam ducta (in figura ducenda fuit re ipsa pro demonstratione, nempe VAR; quæ secat OT orthogonaliter in puncto 6). Cogitentur è centro T rectæ plures ad dictam lineam utrinque a TB, facientes cum TB angulos quoscumque, suppositione tamen notos, puta ad denos gradus; nempe duæ, altera hinc, inde altera, quæ supponantur facere angulos utrinque grad. 10, duæ similes, quæ 20, duæ quæ 30. &c. Hæ in concursu cum propositâ lineâ Digitorum dabunt puncta, quorum si inveniantur latitudines, ac longitudines poterunt per propositionem in Mappam transferri, ac ibidem duci proposita Digitorum linea. Sint pro exemplo lineæ TA, TR, quæ cum TB faciant utrinque angulos Gr. 30. Ex datis Radio penumbræ, diametro Solis, ac TM minima centrorum distantia, in triangulis $6TA$, $6TR$ ad 6 rectangulis notum est (Schol. post 26 hujus) latus commune $T6$. Pariter addito, aut subtracto (ut casus tulerit) angulo noto OTB, ipsis BTA, BTR suppositione notis, noti fient anguli $6TA$, $6TR$, & hinc

Digitized by Google

hinc eorum complementa $TA6$, $TR6$, Itaque per Trigonometriam invenientur hypothenusæ TA, TR, quæ (Coroll. 3. post 9. huj.) sunt sinus distantiæ ☉ a vertice punctorum A, & R; & hinc per canonem sinuum noti fient arcus Verticalium respondentes. Cogitati jam ex P polo per A, & R circuli maximi PA, PR erunt complementa latitudinis punctorum A, & R, fientque triangula sphærica PAT, PRT, quorum notum est latus commune PT, id est complementum notæ declinationis Solis; latus TA, seu TR supra inventum, & angulus positionis interceptus suppositione notus. Non latebit ergo latus PA, seu PR, quorum complementa sunt quæsitæ latitudines. Notus etiam fiet angulus TPA, seu TPR, qui in horas, & minuta resolutus dabit distantiam horariam punctorum A, & R a Meridiano, consequenter momentum, quod in ipsis numeratur.

Jam in triangulis rectilineis rectangulis $A6T$, $R6T$ datur latus commune $T6$, item superius inventæ hypothenusæ TA, TR, & anguli omnes. Multipliciter ergo inveniri potest latus $A6$, seu $R6$, hoc est (cogitatis AD, RG ad Orbitam rectis, & hinc Parallelogrammis AM, RM) DM, seu GM. Fiat jam, ut motus horarius in Orbita ☾ a ☉ notus in partibus sinûs totius, ad horam 1, seu 60', ita inventa MD, seu MG ad quartum, prodibunt horæ, & minuta, quæ addita, aut subtracta tempori noto puncti M, dabunt momentum conveniens puncto D, seu G in loco, pro quo est Typus. Ex hoc & momento, quod invenimus spectare ad punctum A, seu R invenitur, ut in propositione, longitudo punctorum A, seu R. Ita procedendum pro reliquis punctis quibuscumque in proposita quavis digitorum lineâ. Invenimus ergo latitudinem, & longitudinem propositorum punctorum, unde Tabulæ Geographicæ lineas digitorum inscribere possimus. Quod erat unum faciendum. Progressum calculi totius pro puncto A habes in adjectâ formulâ.

Digitized by Google

Radius penumbræ 525, 86	Diameter ☼ 523, 13
Adde *T M* 54, 47	Dig. 6 261, 57
Sum. *T O* 580, 33	*B T A.* 30° 0' 0''
Subtr. dig. 6. 261, 57	Subt. *O T B* 12 21 43
T 6 ——— 318, 76	*6 T A* 17 38 17 f.c.l.C. 209118
578, 2 dant temp. 60'	*T 6* — 318, 76 — l. 2.5034638
Ergo *M D* 101, 6562	*T A* 334, 48 2.5243756
Dant 10 30	Gr. respond. 19 32 29 tl. 9.5501475
Hora *M.* 6 0 15	*P T A* 30 0 0 f.c.l. 9.9375306
Subtr. 10 30	Inv. 1. 17 5 11 tl. 9.4876781
Hor. *D* 5 49 45	Ex *T P* 74 19 20
Auf. Hor. *A* 23 14 23	Resid. 57 14 9 f.c. l. 9.7333437
Differ. 6 35 22	*T A* 19 32 29 f.c.l. 9.9742353 Inv. 1. 17 5 11 f.c.C. 19604
In grad. 98 50 30	Lat. q. pû. *A* 32 14 47 f.l. 9.7271834
Ex long. Pekin. 133 46 0	Item *PTA.* 30 0 0 f.l. 9.6989700
Resid. 34 55 30.	*T A* 19 32 29. f.l. 9.5243756
Longitudo puncti *A* quæsita.	*P A* 57 45 13 f.l.C. 727521
	T P A 11 24 18 f.l. 9.2960977 Hoc est dist. pun. *A* à Mer. 0h 45' 37''
	Ergo hora in *A* 23 14 23.
	Tandem *T 6* 318, 76 l. 2.5034638
	6 T A 17 38 17 f.l. 9.4814469
	T A 6 72 21 43 f.l.C. 209118
	A 6, seu *M D* partium 2.0058225
	101, 6562

Pro punctis in meridianâ ratio calculi habetur in Schol. post 27. hujus. Licèt autem inveniatur hora punctorum *A*, & *R*

& R pro tempore, quo centrum penumbræ eſt in D, vel reſpectivè G; quia tamen rariſſimè accidet puncta illa inveniri in hora integra ſine fractionibus, ejuſmodi calculus ſatis non eſt, ut duci exactè poſſint, ſaltem methodo certa lineæ horarum: neque res confici poteſt imaginando ex Polo circulos horarum integrarum ad propoſitam lineam digitorum. Nam eſto PS circulus hor. 22. ſecans in S lineam propoſitam. Juncta TS ſinu diſtantiæ Solis a vertice puncti S, fit quidem triangulum tam ſphæricum PST, quàm rectilineum $T6S$, ſed neutrum reſolubile. Nam in ſphærico dantur tantum latus PT, & angulus TPS in hoc exemplo grad. 30. In rectilineo præter angulum rectum 6 datur unicè latus $T6$. Duo autem data non ſufficiunt ad trianguli reſolutionem. Hinc nulla eſt trigonometrica via quærendi TS, & cætera inde pendentia. Sed neque menſura locum habet, cum TS ſupponatur non ducta, imò ignorato puncto S, nec duci poſſit.

Itaque pro lineis horarum peculiari calculo opus eſt, cujus progreſſus is erit. Proponatur ex grad. edicenda longitudo puncti horæ 20. in Parallelo latitudinis grad. 40. (nam ſupponenda hîc latitudo, ſicut ſupra ſuppoſuimus angulum poſitionis). Quæratur (3. Coroll. poſt 24. hujus) angulus poſitionis $PT20$, & quantitas ſinûs $T20$, notumque erit punctum 20, ex quo per P Polum arcus circuli maximi $20P$ eſt complementum datæ latitudinis, ideoque notus; in exemplo eſt Gr. 50. Cogitetur $20C$ recta ad OT. Addito, vel dempto (prout caſus petit) angulo noto OTB ipſi invento $20TB$, notus fiet $CT20$, ejuſque complementum $T20C$, in rectilineo rectangulo $T20G$, in quo cùm nota ſit etiam hypothenuſa $T20$ ſupra inventa, innoteſcet latus $20C$, hoc eſt (cogitata $20H$ ad orbitam recta) æqualis HM; & inde, ut in priori caſu, cognoſcetur longitudo propoſiti puncti 20: & quia nota fieri etiam poteſt TC, & dempta TM ipſa MC, ſciri etiam poteſt Eclipſis quantitas per comparationem ad radium penumbræ, & Solis diametrum,

 quæ

quæ ambo dantur. In exemplo *MC* invenitur major radio penumbræ, ex quo patet Eclipsim ad punctum 20 non pervenire; quod in Figura propositionis 18 oculis ipsis manifestum est. Inventa longitudine puncti 20, cùm latitudo supponatur, poterit in Mappa notari tale punctum. Similiter procedendum pro reliquis horis, & Parallelis, puta denùm graduum; & duci poterunt lineæ horarum. Quod est secundum.

Licèt autem in progressu etiam *Eclipsis quantitas* nota fieri possit; quia tamen rarissimè continget eam inveniri tot præcisè Digitorum sine fractionibus: hinc similis hîc recurrit difficultas, circa lineas digitorum, quæ in priori calculo circa lineas horarias. Patet ergo, si omnia ad certam methodum sint exigenda, utroque seorsim calculo opus esse. Propositi calculi seriem exhibet adjecta formula.

TP 20, 60° f.c.l. 9.6989700	Ut Hor. ☾ à ☉ 578, 1 ad 60'; ita	
P 20, 50° tl. 10.0761865	537, 69 ad 55' 50"	
Inv. 1 30 47' 29" tl. 10.7751565	Hor. *M.* 6 0 15	*CT* 645, 49
	Auf. 55 50	*TM* subt. 54, 47
Ex *TP* 74 19 20	Hor. H. 5 4 25	*MC* 591, 02
	Auf. 20 0 0	Rad. pen. 525, 86
Resid. 43 31 56 f.l.C. 1619306	Diff. 9 4 25	Est ergo *MC*
Inv. 1. 30 47 24. f.l. 9.7081367	In gr. 136 6 15	major radio pe-
TP 20, 60 0 0 tl. 10.2385606	Ex long. Pekin.	numbrę; quare
PT 20, 52 9 22 tl. 10.1096279	133 46 0	in longitudine
Item *P* 20, 50° 0 0 f.l. 9.8842540	357 39 45	357 39' 45' ad
TP 20, 60 0 0 f.l. 9.9375306	Longit. puncti 20.	Parallelum lati-
PT 20, 52 9 22 f.l.C. 1025460		tudinis Gr. 40.
T 20, 57 9 2 f.l. 9.9243306		Eclipsis non per-
Hujus finus 840, 10 l. 2.9243306		tingit.
PT 20, 52 9 22		
OTP, 12 21 43 subt.		
CT 20, 39 47 39 f.l. 9.8062015		
C 20 *T*, 51 12 21 f.l. 9.8855583		
Sum. supremi & med.	2.7305319, Recta 20 *C*, h. e. *HM*.	537, 69
Summa sup. & infimi	2.8098889; Recta *CT*	645, 49

Pun-

Punctorum in linea horæ XXIV., *seu Meridiana latitudo* determinatur calculo ex Schol. post 27. hujus, longitudo per datam hîc praxim.

At punctorum in perimetro Disci (hæc nota fiunt calculo tradito in Schol. post 26 huj.) *Latitudo* determinatur per dictam 26 hujus: at longitudo tam pro summa Eclipsi, quàm pro initio, & fine in horizonte, facilè item supputatur. Esto notum punctum *V* pro linea 6 digitorum in perimetro Disci. Scitur ergo arcus *B V*, ideoque & angulus *BTV*, cogitato radio *TV*; & facta convenienti additione aut subtractione, angulus *OTV*, nempe *6TV*. In triangulo ergo *6TV* ad *6* rectangulo, noti sunt anguli obliqui, & hypothenusa *TV* sinus totus: non latebit ergo latus *V6*, hoc est (intellectâ *VN* ad orbitam rectâ) ei æqualis orbitæ portio *NM*; unde, ut supra, eruetur longitudo puncti *V* pro summa Eclipsi in horizonte. Pariter, quia nota est *M6*, scitur ei æqualis *VN*. Si noto Radio penumbræ supponantur notari ex *V* in Orbita puncta ☊ pro initio, & ♈ pro fine, ac jungi *V*☊, *V*♈: Quoniam in triangulis *VN*☊, *VN*♈ ad *N* rectangulis nota sunt latus commune *VN*, & hypothenusæ *V*☊, *V*♈, nempe radius penumbræ, non latebunt latera *N*☊, *N*♈, quæ (26 1.Eucl.) sunt æqualia, & inde ut supra longitudo puncti *V* pro initio in ☊, & fine in ♈. Quod est propositum, ac totum quod petebatur. Calculi Methodum hîc subiicio.

Ex form. 1. $T6 = 318, 76$, *i. e.* sin. 18° 35′ 16″. Ergo OV 71° 24′ 44″

M N 947, 8338 comparata cum horar. ☾ à ☉ dat 1h 38′ 23″ subtr.

Ex Hora *M*	6 0 15	
Hora *N*	4 21 52	Pro sum. Ecl.
N ☊ subtr. pro in.	47 6	ad. pro fine
Hora in ☊	3 34 46	pro initio
Hora in ☋	5 8 58	pro fine in horizonte.

Ini.	Summa	Finis
3h 34′ 46″	4h 21′ 52″	5h 8′ 58″
Hor. ort. ☉	Hor. ort. ☉	Hor. ort. ☉
17 53 10	17 53 10	17 53 10
9 41 36	10 28 42	11 15 48
In grad.	In gr.	In gr.
145 24 0	157 10 30	168 57 0
Ex lon. Pek.	Ex lon. Pek.	Ex lon. Pek.
133 46 0	133 46 0	133 46 0
Long. qu.	Long. qu.	Long. qu.
348 22 0	336 35 30	324 49 0

Coroll. I. Si per primam formulam inveniantur puncta Digitorum in TE axe Eclipticæ, qui exhibet hujus nonagesimum, duci poterit linea nonagesimi, sub qua quæ erunt loca videbunt summam Eclipsim ☉ in nonagesimo.

Adde *O B*	12 21 43		
Sum. *B V* gr.	83 46 27		
B V	83° 46 27″	s. c.	9.0351040
B P	15 40 40	s. c.	9.9835545
Latit. *V*	5 59 36	s.	9.0187540
It. *B P*	15 40 40	s.	9.4317288
B V	83 46 27	t. c.	9.0377889
Ar. sem.	91 41 19	t. c	8.4695177
Ergo hor. ort. in *V*	17h 53′ 15″		
It. *O T V*	71 24 44	s.	9.9767333
T V	1000		3.0000000
6 *V*, seu *M N*	947, 8338		2.9767333
Tandem *T* 6	318, 76		
Auf. *T M*	54, 47		
M 6	264, 29		
V ☊. R. pen.	525, 86		
Sum.	790, 15		2.8977095
Differ.	26, 57		2.4160910
Sum. Log.			5.3138005
Semis. ☊ *N*, vel *N* ☋			2.6569002
454, 1245			

Quæ comparata cum horar. ☾ à ☉ 578, 1 dat temporis 0h 47′ 6″

II. Si idem fiat circa similia puncta axis Orbitæ OT duci poterit linea, sub qua quæ erunt loca videbunt sum-

ſummum defectum ✡ in momento, quo fit ſumma Eclipſis Terræ.

III. Si applicetur formula tertia aliis punctis horariis, vel etiam digitorum, duci poterunt lineæ initii, finis &c. in qualibet alia hora non horizontali, ut innuimus fieri poſſe per praxim propoſitionis. En igitur quomodo res tota conficiatur, etiam non deſcripto Typo univerſali cum Parallelorum, & horarum lineis. At quantum ſit compendium laboris in praxi propoſitionis, licet deſcribendus ſit ille Typus, ſi utraque methodo rem ſemel aggrediaris, me non dicente, experimento cognoſces.

Cæterum praxis primi exempli molliri nonnihil poteſt; ſi nempe anguli poſitionis ſupponantur bini & bini æquales utrinque ab axe Orbitæ, non ab axe Æquatoris: ſic enim conſurgent triangula rectilinea ad axem Orbitæ rectangula, inter ſe æquiangula, & propter latus commune, omni ſenſu æqualia: hinc reſoluto uno alterum quoque reſolutum erit; & utriuſque puncti eadem erit differentia longitudinum a longitudine, quam ſupponit hora puncti M, una quidem per defectum, ideoque ſubtractiva, altera per exceſſum additiva.

In praxi tertii exempli; quia $T6$, $6V$ normales (ita de ſimilibus) ac $T6$ nota eſt in partibus ſinûs totius, ideoque ex canone ſinuum notus eſt arcus, cujus eſt ſinus; notus etiam erit ejus arcûs complementum, cujus ſinus eſt $6V$, quare ſine alio calculo ex eodem canone excerpitur $6V$. Ut quoniam in exemplo $T6$ invenitur ſinus grad. 18 35' 16" erit $6V$ ſinus grad. 71 24' 44". In praxi ſecundi exempli compendium nullum mihi occurrit. Solum noto in Æquatore addendum log. ſin. datæ declinationis, ac log. ſin. diſtantiæ datæ horæ a meridie. Summa erit log. ſin. anguli poſitionis; cui addendus, vel demendus angulus axium Orbitæ, & Æquatoris. Item ſumma log. ſin. diſtantiæ datæ horæ a meridie; cum log. ſin. declinationis dabit log. ſin. quæſitæ diſtantiæ Solis à vertice, nempe T 20; unde ut ſupra, eruetur horæ propoſitæ quæſita longitudo.

PRO-

PROPOSITIO XXIX. PROBL. XXI.

Peculiaria circa Lunæ Eclipses.

Tab. XI. Fig. 29. & Tab. XII. Figura 30.

DIctum est sæpius traditam methodum etiam Lunaribus Eclipsibus aptam esse, quod per se patet: Eclipses enim Terræ, ac Lunæ similiter, ac è simili causa accidunt. Verùm, quià diversimodè nonnihil ambæ accipiuntur, nec non diversimodè spectantur, peculiaria quædam pro Lunaribus notanda sunt. Diversimodè accipiuntur: nam Eclipsis Lunæ non censetur, nisi umbram puram Terræ Luna aliquo modo subeat, nullâ habitâ penumbræ ratione; sive, quod hæc nudis oculis non appareat; sive quod ejusmodi Eclipses Lunæ in Terræ sola penumbra Astronomiæ inutiles sint, cùm penumbræ fines summè diluti discerni non possint; ideoque nec defectus tempora, & phases. At verò Eclipsis Telluris attenditur modò tantillum penumbræ Terram intret; quia tunc omnino alicubi Sol deficere spectatur. Diversimodè spectantur: Nam Eclipsim Terræ quasi è Luna intuemur in Disci Terræ parte superiori illuminata, & diurna; Lunæ verò è Terra, ideoque in Disci per Cœlum Lunare facie obscura, ac nocturna. Itaque observanda discrimina breviter expono.

I. In Eclipsi Lunari Radius Disci supponendus æqualis Radio umbræ Terrestris in loco transitûs Lunæ, qui radius methodo communi determinandus. Patet enim tamdiu esse Eclipsim, quandiu aliquid Lunæ intra talem Discum involvitur. Discus is est sectio coni umbrosi Terræ cum plano parallelo illius basi, nempe basi hemisphæriorum terrestrium illuminati, & obscuri; ideoque (4. 1. Apoll.) circulus est, minor quidem prædictâ basi, cùm sit vertici coni sensibiliter vicinior; in eo tamen projectiones circulorum Terrestrium, ac Cœlestium (21. hujus) similes sunt iis, quæ in Disco Terræ fiunt; consequenter eadem omninò ratione delineantur.

II. Quia

II. Quia Luna ipsa umbram subit, ubi in Eclipsi Terræ adhibetur Radius penumbræ, hîc usui erit Lunæ Radius apparens pro tempore, & quantitas Eclipsis æstimatur per comparationem ad Lunæ diametrum in 12 æquales partes sectam.

III. In Eclipsibus Terræ partem Disci occidentalem statuimus ad sinistram, orientalem ad dextram. In Lunaribus fit oppositum: Nam spectans Eclipsim Terræ è Luna obtutu converso in boream, in quo hemisphærio nos sumus, occidentem habet ad sinistram, orientem ad dexteram. At spectans Eclipsim Lunæ quæ respectu nostri australior est convertitur in Austrum, ideoque occasum ad dexteram habet, ortum ad lævam. Hinc cum tam penumbra, quàm Luna ab occasu in ortum progrediantur, in priore casu ponimus penumbram a sinistra ad dexteram, contra in posteriore Lunam pergere. His servatis discriminibus, cætera omnia perinde, ac in Eclipsi Terræ; sive circino, sive calculo (19, & 20 hujus) expediuntur.

IV. Eclipsis Lunaris phases, ubicumque ea fuerit conspicua, eodem reali momento eædem sunt, cùm Luna ipsi Disco incumbat. Hinc absque peculiari schemate in ipso Disco exhiberi possunt. Nam secta pro more via Lunæ in horas, semihoras &c., intervallo dati Radii Lunæ factis centris in punctis Orbitæ, in quibus accidit initium, & finis Eclipsis, item summa, hoc est media, ductisque circulis, exhibitæ erunt hæ tres phases. Similiter factis centris in aliis Orbitæ punctis, ut semihorarum, quadrantum &c., ducti eodem radio arcus intra Discum cæteras phases expriment. Ut autem singulæ statui possint in ea, quam habebunt inclinatione ad horizontem, quærendi, & delineandi verticales Solis, hoc est umbræ in singulis phasibus. Verticales hi non solum diversi sunt in phasibus aliis, & aliis, sed etiam in eadem, prout è diversis locis spectatur. Loca enim Terrestria, ut singula proprium horizontem, sic, & proprium Zenith, propriosque peculiares habent vertica-

ticales. Hinc licèt phasis quælibet eadem ubique appareat, non tamen similiter posita ubique. Verticales hujusmodi pro dato loco, ac momento (Coroll. 2.14. hujus) inveniri possunt: sed expeditiùs facies, si partem necessariam arcûs nocturni paralleli dati loci describas in horas &c. sectam. Nam ad hujus puncta cognomina punctis Orbitæ, in quibus est centrum Lunæ in datis phasibus, ductæ rectæ à centro Disci, erunt verticales quæsiti, ut ostendit *Fig.29.* in verticalibus initii, finis, & summæ Eclipsis pro Parallelo latitudinis Borealis Grad.25 25', longitudinis 131 30' circiter, ubi hæc scribo. Est autem Typus Eclipsis Lunaris diei 28 Maji anni 1733, pro cujus observatione Typum paraveram; usum tamen ejus Cœlum integrè nubilum, ac pluvium non concessit.

Fig.29.

Quòd si placeat (ut satius est) omnes Eclipsis phases in unico Lunæ Disco exhibere, ut superiùs pro Eclipsi Solis; id etiam licet; pro quo ita procedi potest. Centro quovis M describatur Discus Lunæ, quem per M secat Orbita AMB. Ad hanc per M agatur normalis Orbitæ axis MT, in quo abscindatur MT æqualis minimæ distantiæ centrorum Lunæ, & umbræ in summa Eclipsi. Centro T, radio datæ umbræ in convenienti ratione ad Radium assumptum Lunæ, describatur umbræ circulus. Clarum est haberi phasim summæ Eclipsis; ac potest juxta dicta duci ZTN verticalis summæ Eclipsis. Per T agatur occulta ITF Parallela Orbitæ, in eaque dividantur horæ &c. omninò, ut in ipsa Orbita, sed ordine inverso, nempe TI habeat puncta rectæ MB, ac TF convenientia rectæ MA. In hac recta factis centris in punctis temporis convenientis exhibendis phasibus, Radio umbræ describantur arcus intra Discum Lunæ, & factum erit, quod petitur. Arcus notati per puncta exhibent phases emersionis. Verticales ex Typo, ut etiam linea Eclipticæ ejusque axis huc transferri possunt pro libito.

Fig.30.

Ratio constructionis clara est; cum enim tanta sit pha-

phaſis, quanta Lunæ pars eſt intra umbram; Luna autem ſimiliter immergatur, ſive ipſa umbram immotam ſubeat ab occaſu in ortum, ſive fingatur Lunam immotam umbra æquali progreſſu ab ortu in occaſum invadere, & in conſtructione hoc poſtremum factum ſit; patet exhiberi phaſes petitas. At lineas verticalium idem hîc præſtare, ac ſupra in Diſco, ſic oſtendo. Eſto *CT* verticalis initio Eclipſis, cùm Lunæ centrum eſt in *B*. *MB*, *TI* ſunt (ex conſtructione) parallelæ, & æquales; ſi ergo jungantur *BT*, *MI* æquales item (33 1 Euclid.) & Parallelæ erunt. Ducta *BC* ex centro Lunæ initio Eclipſis ad datum locum Terreſtrem *C*, fiat angulus *AMD* æqualis angulo *MBC*, & *MD* æqualis *BC*, ac jungantur *ID*, *CD*. Quoniam angulus externus *AMD* factus eſt æqualis interno, & oppoſito *MBC*, rectæ *MD*, *BC* (27 1 Euclid.) ſunt parallelæ: factæ ſunt autem & æquales: ergo *MD*, *CB* (33 1 Euclid.) Parallelæ ſunt, & æquales: Cùm ergo etiam *MB*, *IT* parallelæ ſint, & æquales, etiam *CD* talis erit ipſi *IT*, & *DI* ipſi *CT*. Si itaque *CT* ſtatuatur normalis ad horizontem, & *DI* (8 11 Euclid.) ad eundem recta erit. Eſt autem *DI* verticalis initio Eclipſis, ſi tunc centrum Lunæ ponatur in *M*: nam Triangula *BCT*, *MDI*, quorum latera omnia oſtenſa ſunt æqualia, æqualia ſunt inter ſe, (8 1 Euclid.) in omni ſenſu, & ſimiliter poſita propter angulos *MBC*, *AMD* æquales: ergo data phaſis ſimiliter ſita erit ad horizontem, ſive utaris *CT*, ſive *DI* pro linea verticali. Eodem diſcurſu oſtenditur de cæteris. Dixi *ſimiliter poſita ad horizontem*, quia hoc ſatis eſt ad intentum. Cœterùm, an verticalis hinc an inde ſit a centro Lunæ, ſchema hoc non exhibet, uno excepto verticali ſummæ Eclipſis. Nam initio Eclipſis diſtat centrum Lunæ à verticali loci *C* totâ rectâ *BC*, cùm tamen in ſchemate appareat *MC* multò minor. Hoc autem nihil refert: nam ex plaga viſæ phaſis oculus ipſe diſcernit utrum umbræ centrum, per quod verticalis ille tranſit ad has, vel illas à Luna partes inveniatur. Poterit autem & hoc

R 2 ipſum

Digitized by Google

ipſum facilè exhiberi, ſi loco *CT* ducas *DI*, & ita de cœteris verticalibus.

SCHOLIUM.

In neutra datarum praxium licuit unicam lineam pro omnibus verticalibus ſubſtituere, ut licuit in ſchemate Eclipſis Solaris. Ratio eſt, quia Luna non eſt immobiliter in linea ad Diſcum normali in centro ut eſt Sol. Hinc verticales per Lunæ centrum, utpotè ad Diſcum inclinati Ellipſes ſunt aliæ aliis diſſimiles pro diverſa inclinatione, quæ non ſolum difficilius delineantur, ſed neque eſt via eas ſtatuendi in ſitu convenienti. Verùm, & ſi fieri poſſet, neque expediret. Nam facies Lunæ non homogenea, & æquabilis ſpectatur, ut facies Solis, in quo nullæ hactenus maculæ conſtantes viſę ſunt. Hinc quia Solis partes oculus non diſcernit, niſi ſecundum differentias ſurſum, deorſum ad Auſtrum, ad Boream &c. modò defectus Solares exhibeantur quales futuræ ſint reſpectivè ad eas plagarum differentias, ſpectatoribus ſit ſatis. Non idem contingit in Lunæ plurimas diſtinctionis notas individuales in ſuis partibus habente. Et cùm ſciatur quomodo corpus Lunare ad Orbitam ſe habeat, inconcinna prorſus res eſſet, ſi comparando tuum ſchema Eclipticum cum Selenographia, inveniretur phaſis à te deſcripta, eſto in quantitate, tempore, inclinatione ad horizontem conſentiat, tamen alteri Lunæ portioni appicta, in quam non cadit; ac perinde eſſet ac ſi phaſim Eclipſis Terræ Pekino convenientem Romæ appingeres. Imò, ut puto, non eſſet inutile in Diſco Lunari (niſi ipſa Selenographiâ uti libuerit) puncta inſigniora Lunæ in ſuis locis aptè notare. Sic enim prædefiniri poſſet, an & quando umbra ad illa appulſura ſit, & inde receſſura, ut fit locis Terreſtribus in Eclipſi Terræ. Ex quo, & differentiâ, ſi qua in obſervatione reperiatur, forte plura & certiora circa Lunæ librationem, & inde macularum motum paulatim ſtatui poſſent.

Cete-

Cæterùm ex descripto schemate duo intelliguntur. Primum contingere aliquas Lunæ partes integrè emergere ex umbra ante summam Eclipsim, aliquas verò nonnisi post eam immergi. Nam in phasi *ggg* penultima ante summam Eclipsim umbra pervenit ad *g* in limbo Lunæ orientali, in phasi sequenti *hhh* umbra totum spatium *g e h* reliquit, & in summa Eclipsi adhuc majus *g E t*. Pariter in summa Eclipsi umbra in Limbo Lunæ occidentali attingit punctum *t*, in phasi proximè sequente ascendit ad *m*, & inde adhuc amplius ad *n*; unde postea descendit ad o &c. ac spatium totum *n t G* solum post mediam Eclipsim occultatur. Hinc oculo posito in spatio *g E h*, quia apparet defectus Solis, cùm è Terra conspicitur Eclipsis Lunæ, totus defectus Solis ante summam Lunæ Eclipsim absolvitur, in *n t G* tota post. Ex quo iterum patet, cur à fortiori idem accidat Terricolis in Terræ Eclipsibus. Si enim id in Luna contingit, licèt ea multò minor sit, quàm umbra, multò magis in Terra, quæ multò major, quàm penumbra.

Secundum. Quomodo fiat nonnullas maculas Lunares diutiùs hærere prope umbræ marginem, nec tamen unquam immergi. Nam maculæ proximæ ultra *E*, & *G* marginem umbræ se quasi lambentem habent ultra horæ quadrantem, nec tamen umbra eas unquam mordet. Posset etiam pro Lunæ Eclipsibus pingi Mappa universalis, ut factum fuit pro Eclipsi Terræ. Sed res haberet laboris multum, nihil utilitatis. Hîc enim pro locis Terræ diversis sola intervenit denominationis horarum diversitas, quæ ex differentia longitudinum locorum facillimè, sine alio habetur. Idem valet quoad phases horizontales; cum enim pro dati loci latitudine sciri possit hora ortûs, & occasûs Solis, ac tempus cujusvis phasis pro dato loco habeatur in Schemate, ex differentia longitudinum sciri similiter potest phasis proximè vera, in qua in dato loco Luna oritur occidente Sole, aut occidit hoc oriente. Dixi *proximè vera*: Nam cùm centra Solis, & Lunæ non opponantur directè nisi

 in

in ſumma Eclipſi centrali; raró admodum erit idem momentum ortûs, aut occasûs Lunæ, quod occasûs, & ortus Solis; tamen differentia ſemper erit admodum modica; cùm enim diſtantia centrorum Lunæ, & penumbræ initio, & in fine Eclipſis, ſi maxima ſit, nunquam impleat 63' in aliis phaſibus, patet eſſe minorem; conſequenter altitudo, aut depreſſio reſpectu horizontis adhuc minor eſt. Hujus tamen diverſitatis, modicæ licèt, haberi ratio poteſt, aut etiam refractionis. Non tamen tanti videtur hæc ſumma ſubtilitas, cum Lunæ, Soliſque in horizonte obſervationes ægerrimè exactæ haberi poſſint, ipsæ potiſſimum obſtante refractione.

Illud denique notandum, in Lunæ Eclipſibus nil immutari incremento, aut decremento apparenti diametri Lunæ. Nam eadem apparenti mutatione proportionaliter augetur, minuiturve umbræ apparens diameter; & Lunæ partes 12.

PROPOSITIO XXX. PROBL. XXII.

Siderum ſub Lunâ occultationes eâdem methodo conſtruere.

Quia Luna, ut Solis, ita & aliquorum quandoque Siderum conſpectum intercipit, eo modo, quo Terra interpoſita eripit Lunæ Solis Radios; quæ unica eſt omnium Eclipſium cauſa, facilè ex dictis infertur datam methodum etiam Siderum poſt ſive ultra Lunam occultationibus conſtruendis aptam eſſe. Hinc pauca peculiaria ad materiæ complementum hic adnecto.

I. Radius Diſci ſupponendus æqualis Parallaxi Lunæ horizontali pro tempore veræ conjunctionis Lunæ cum dato Aſtro. Quod tempus ex longitudinibus Lunæ, & Aſtri communi methodo determinatur, ut & prædicta parallaxis.

II. In

II. In Disci Polo non Sol, sed datum Astrum erit, cujus longitudinem, latitudinem, Ascensionem rectam, ac declinationem ab Æquatore prænosse opus est. Quibus datis in Disco apparentiæ, Æquatoris, Parallelorum, & axis Æquatoris eodem modo, ac pro Sole determinantur, ac describuntur.

III. Angulus axium Æquatoris, & Eclipticæ hìc paulò aliter quærendus, ac in Terræ Lunæque Eclipsibus. Licèt enim semper sit æqualis complemento anguli rectilinei, quem faciunt communes sectiones Eclipticæ, & Ascensionis rectæ Astri (quodcumque tandem illud sit) cum Disco Terræ; non tamen angulus is rectilineus semper æquatur angulo sphærico eorumdem circulorum, nisi ipsa Ecliptica per Disci Polum transeat; quod in Eclipsibus Terræ, & Lunæ evenit semper, ut ostendimus in secunda hujus: Sol enim Terræ omni caret latitudine. At in aliorum Astrorum occultationibus plerumque non ita est, cùm plerumque non in ipsa sint Ecliptica, sed extra eam. Itaque si contingat occultari Astrum carens latitudine; tunc angulus ille per tertiam hujus quæratur. In aliis casibus aliter agendum. Hoc ut oculis subjiciam.

Esto Discus Terræ $ACBD$, AFB Ascensio recta Astri in $*$ Disci Polo extra Eclipticam, quæ sit GFE, & ejus cum Disco communis sectio GE. $L*O$ esto circulus longitudinis Astri secans Eclipticam in a, & Discum in recta LTO. Agatur per T recta CD normalis ad AB communem sectionem Disci cum circulo Ascensionis rectæ. Circuli longitudinum transeuntes per polos Eclipticæ sunt ad Eclipticam recti: Quare angulus $Fa*$ rectus est; & quia etiam Discus rectus est ad circulum longitudinis transeuntem per Disci polum $*$; Eclipticæ, ac Disci communis sectio ETG (19. 11. Euclid.) ad circulum longitudinis, & hinc ad rectam LO normalis est; Angulus ergo ETO rectus: Axis Eclipticæ jacet in plano circuli longitudinis; cùm ergo hujus apparentia in Disco (Coroll. 3. hujus) sit recta LO, in eadem apparet axis

axis Eclipticæ, consequenter is in Disco est recta LO. Quoniam ETO, CTB ambo recti, ablato utrinque communi CTO, erit reliquus ETC, hoc est æqualis ad verticem DTG reliquo OTB æqualis: est autem DTG complementum anguli GTB Eclipticæ cum circulo Ascensionis rectæ in Disco: ergo angulus axium TB Æquatoris, ac TO Eclipticæ in Disco eidem angulo æqualis. Angulo OTB (Coroll. post 21 2.i Theod.) æqualis est sphæricus $O * B$ (cùm amborum mensura sit arcus iidem OB) hoc est angulus ad verticem $F * a$, qui major est complemenro $* Fa$ anguli sphærici Eclipticæ cum circulo Ascensionis rectæ. (Nam $Fa *$ rectus; & in triangulis sphæricis tres anguli simul semper excedunt duos rectos): ergo Angulus OTB non est æqualis, sed major quàm complementum anguli $* Fa$. Quod erat ostendendum.

Pro habendo angulo OTB posset quidem quæri angulus ei æqualis $F * a$; in trigono enim $Fa *$ præter angulum rectum a, & latus $a *$ latitudinem datam Astri notum fieri potest latus $a F$, nempe differentia datæ longitudinis Astri à puncto Eclipticæ culminante cum Astro, nempe habente eandem Ascensionem rectam; item (30. hujus) notus fieri potest angulus $aF *$, aut etiam hypothenusa $F *$ differentia declinationis ab Æquatore punctorum F & $*$, sed quia hæc nonnisi multiplici calculo expediri possunt, meliùs, & breviùs quæretur arcus DG ostensus æqualis ipsi OB quæsito. Quoniam tam Æquator, quàm Discus recti sunt ad circulum Ascensionis rectæ per utriusque Polos transeuntem, etiam eorum communis sectio [19. 11. Euclid.] ad hunc, & rectam AB recta est: hæc ergo est recta CTD, quare Æquator per C, & D tranit. Esto ergo Æquatoris circulus CMD secans Eclipticam in ♈. In triangulo sphærico D♈G omnia nota sunt, uno excepto quæsito arcu DG. Nam cum Æquator ac Discus se secent mutuò, & circulus Ascensionis rectæ transeat per utriusque polos, hic (9. 2. Theod.) segmenta illorum bifariam secat.

Sunt

Sunt autem (11. 1. ejusdem) ea segmenta semicirculi: Ergo *MD* quadrans, in quo cum *M*♈ sit arcus datæ Ascensionis rectæ Astri cognoscitur ejus complementum ♈*D*. Similiter, quia circulus longitudinis transit per polos Eclipticæ, & Disci se invicem secantium in semicirculis, ostenditur *aG* quadrans, in quo dato arcu ♈*a* longitudine Astri, datur similiter ejus complementum ♈*G*. Angulus ad ♈ notus item est, nempe Grad. 23. 30' Eclipticæ cum Æquatore. Pariter quia ✱*B* quadrans, & datur ✱*M* Astri declinatio, datur etiam *MB* complementum ejus; pariter, quia ✱*L* quadrans, in quo datur Astri latitudo *a*✱, datur etiam ejus complementum *aL*. Est autem *MB* mensura anguli ♈*DG* propter quadrantes *DM*, *DB*; & *aL* mensura anguli ♈*GD* propter quadrantes *GI*, *Ga*: ergo anguli omnes trianguli ♈*DG*, & latera duo ♈*D*, ♈*G* nota sunt. Ex his datis unica Analogia dupliciter inveniri potest arcus *DG* sic. Logarithmo sin. Gr. 23. 30' addatur vel log. sin. complementi datæ longitudinis, vel log. sin. complementi datæ Ascensionis rectæ, & insuper priori summæ addatur complementum ad 10, 0 &c. sin. comp. datæ declinationis Astri, vel posteriori complementum ad 10, 0 &c; sin. comp. datæ latitudinis: utraque summa mulctata 1 sinistima erit log. sin. quæsiti arcus *DG*; hoc est *BO*, ut constat ex trigonometria. Quod erat &c.

IV. Angulus axium Eclipticæ, & Orbitæ, sive verus, sive apparens, prout juxta casus mox exponendos alterutro utendum, quæritur methodo communi. Quo habito ducatur in Disco (4. hujus) axis Eclipticæ, itemque ad plagam convenientem axis Orbitæ.

V. Latitudo Lunæ in axe Eclipticæ a centro *T* abscindenda, non erit Lunæ altitudo absoluta, sed relativa ad datum Astrum. Hoc est, si Lunæ, & Astri latitudines fuerint ejusdem speciei, minor è majori subtrahatur, ac differentia habebitur tanquam Lunæ latitudo, quæ habebitur pro Boreali, si Luna sit Astro Borealior, & pro Australi, si Australior, licèt respectivè ad

ad Eclipticam ambo Borealia sint, vel Australia. Si fuerint diversæ speciei, utriusque summa erit latitudo adhibenda, eritque Borealis, vel Australis, prout fuerit latitudo Lunæ absoluta. Per finem abscissæ latitudinis demissa normalis ad axem Orbitæ erit Orbita in Disco utrinque extendenda, quantum opus fuerit. Si res sit de occultatione fixarum, utendum axium Eclipticæ, & Orbitæ inclinatione vera, consequenter etiam Orbita in Disco erit Orbitæ veræ apparentia, & motus Lunæ in ea dividendus erit motus Lunæ verus in longitudinem. Nam fixarum motus in consequentia tardissimus, intra unam, aut alteram horam omninò insensibilis est. Sed si res sit de erraticis, eorum motus in consequentia, si directi sint; aut in antecedentia, si retrogradi, ratio habenda, ideoque Orbita apparenti, ut in Lunæ, & Solis Eclipsibus utendum: motus item sumendus Lunæ non verus in longitudinem, sed verus à planeta, qui est differentia motus veri Lunæ a vero planetæ, si hic directus sit, vel amborum summa, si retrogradus. Et hinc in priore casu angulus axium Orbitæ apparentis, & Eclipticæ major prodibit angulo vero, ut in Eclipsibus Solis, & Lunæ; in posteriore vero prodibit minor. Verùm in Saturno, & fortè etiam Jove, præsertim stationariis, aut non multùm distantibus a statione, eorum motus horarius dissimulari potest, non secùs, ac pro fixis.

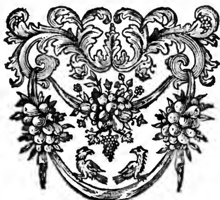
VI. Quoniam Stellæ pro punctis haberi possunt, & rectæ ex iis Lunam stringentes sunt ad sensum Parallelæ; Radius penumbræ; seu quasi penumbræ fiet æqualis Radio Lunæ apparenti pro tempore. Si de *Planetis* res sit, & horum diameter pro dato tempore appareat notabilis magnitudinis, Radio Lunæ addatur planetæ apparens diameter, eritque summa Radius penumbræ.

VII. Horæ descriptæ in Disco (25. hujus) hìc sunt horæ Astri, non Solis. Quia autem tempora per Solis cursum metimur, horæ Stellæ ad horas Solares reducendæ sunt. Hoc ex differentia inter datam Ascensionem

nem rectam Stellæ, & Solis quærendam communi methodo, fiet.

Prædictis servatis, cætera omnia fient ac pro Eclipsi Solis. Distantia minima centri penumbræ à dato loco in Disco; erit distantia inde visa centri Lunæ ab Astro, quæ quanta sit facile scitur per comparationem ad minuta dati Radii apparentis Lunæ. Similiter describi posset Mappa universalis, si tanti esset, ut patet ex superius dictis; & frustra esset plura addere.

Patet autem, servatis servandis, eamdem methodum applicari posse transitibus *Mercurii sub Sole*, itemque arctis conjunctionibus Lunæ cum Sideribus &c. Quæ singillatim persequi non vacat; & quisque ex superioribus per se enodare poterit. Interea in una eademque methodo facili, & clara habes Eclipsium quarumcumque constructionem. Et hæc de his satis sunto.



Digitized by Google

Digitized by Google

Tabula Expansa universalis Angulorum in Disco Terræ, Axium Æquatoris & Eclipticæ, ad dena minuta longitudinis veræ Solis in Ecliptica, in hypothesi ejus maximæ Obliquitatis 23 30′.

Signa		♈		♌	Different.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid.		Orient.	Subt. descen.	Signorũ	
G	M	G	′	″	″	M	G
0	0	23	30	0		0	30
	10	23	29	59	1	50	
	20	23	29	58	1	40	
	30	23	29	57	1	30	
	40	23	29	55	2	20	
	50	23	29	52	3	10	
1	0	23	29	48	4	0	29
	10	23	29	44	4	50	
	20	23	29	39	5	40	
	30	23	29	33	6	30	
	40	23	29	27	6	20	
	50	23	29	20	7	10	
2	0	23	29	13	7	0	28
	10	23	29	5	8	50	
	20	23	28	57	8	40	
	30	23	28	48	9	30	
	40	23	28	38	10	20	
	50	23	28	28	10	10	
3	0	23	28	17	11	0	27
	10	23	28	5	12	50	
	20	23	27	53	12	40	
	30	23	27	40	13	30	
	40	23	27	26	14	20	
	50	23	27	12	14	10	
4	0	23	26	57	15	0	26
	10	23	26	41	16	50	
	20	23	26	25	16	40	
	30	23	26	8	17	30	
	40	23	25	50	18	20	
	50	23	25	32	18	10	
5	0	23	25	13	19	0	25
G	M	G	′	″	″	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus			Different.	Signorũ	
Signa		♍		♓	Adde Ascen.	Signa	

Signa		♈		♌	Different.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid.		Orient.	Subt. descen.	Signorũ	
G	M	G	′	″	″	M	G
5	0	23	25	13		0	25
	10	23	24	54	19	50	
	20	23	24	34	20	40	
	30	23	24	13	21	30	
	40	23	23	52	21	20	
	50	23	23	30	22	10	
6	0	23	23	7	23	0	24
	10	23	22	44	23	50	
	20	23	22	20	24	40	
	30	23	21	55	25	30	
	40	23	21	30	25	20	
	50	23	21	4	26	10	
7	0	23	20	37	27	0	23
	10	23	20	10	27	50	
	20	23	19	42	28	40	
	30	23	19	14	28	30	
	40	23	18	45	29	20	
	50	23	18	15	30	10	
8	0	23	17	45	30	0	22
	10	23	17	14	31	50	
	20	23	16	42	32	40	
	30	23	16	10	32	30	
	40	23	15	37	33	20	
	50	23	15	4	33	10	
9	0	23	14	30	34	0	21
	10	23	13	55	35	50	
	20	23	13	20	35	40	
	30	23	12	44	36	30	
	40	23	12	7	37	20	
	50	23	11	30	37	10	
10	0	23	10	52	38	0	20
G	M	G	′	″	″	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus			Different.	Signorũ	
Signa		♍		♓	Adde Ascen.	Signa	

Ejusdem Tabulæ continuatio.

Signa		♈	♎		Differeat.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orien.			Subt. Defcẽ.	Signorũ	
G	M	G	'	"	"	M	G
10	0	23	10	52		0	20
	10	23	10	13	39	50	
	30	23	9	34	39	40	
	20	23	8	54	40	30	
	40	23	8	13	41	20	
	50	23	7	32	41	10	
11	0	23	6	50	42	0	19
	10	23	6	8	42	50	
	20	23	5	25	43	40	
	30	23	4	41	44	30	
	40	23	3	57	44	20	
	50	23	3	12	45	10	
12	0	23	2	26	46	0	18
	10	23	1	40	46	50	
	20	23	0	53	47	40	
	30	23	0	5	48	30	
	40	22	59	17	48	20	
	50	22	58	28	49	10	
13	0	22	57	39	49	0	17
	10	22	56	49	50	50	
	20	22	55	58	51	40	
	30	22	55	7	51	30	
	40	22	54	15	52	20	
	50	22	53	22	53	10	
14	0	22	52	29	53	0	16
	10	22	51	35	54	50	
	20	22	50	40	55	40	
	30	22	49	45	55	30	
	40	22	48	49	56	20	
	50	22	47	53	56	10	
15	0	22	46	56	57	0	15
G	M	G	'	"	"	M	G
Signorũ		Orient Occid. Angulus			Differeat.	Signorũ	
Signa		♍	♓		Adde Afcen.	Signa	

Signa		♈	♎		Differeat.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orient.			Subt. Defcẽ.	Signorũ	
G	M	G	'	"	"	M	G
15	0	22	46	56		0	15
	10	22	45	58	58	50	
	20	22	45	0	58	40	
	30	22	44	1	59	30	
	40	22	43	1	60	20	
	50	22	42	1	60	10	
16	0	22	41	0	61	0	14
	10	22	39	59	61	50	
	20	22	38	57	62	40	
	30	22	37	54	63	30	
	40	22	36	51	63	20	
	50	22	35	47	64	10	
17	0	22	34	42	65	0	13
	10	22	33	37	65	50	
	20	22	32	31	66	40	
	30	22	31	24	67	30	
	40	22	30	17	67	20	
	50	22	29	9	68	10	
18	0	22	28	0	69	0	12
	10	22	26	51	69	50	
	20	22	25	41	70	40	
	30	22	24	30	71	30	
	40	22	23	19	71	20	
	50	22	22	7	72	10	
19	0	22	20	55	72	0	11
	10	22	19	42	73	50	
	20	22	18	28	74	40	
	30	22	17	14	74	30	
	50	22	15	59	75	20	
	40	22	14	44	75	10	
20	0	22	13	28	76	0	10
G	M	G	'	"	"	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus			Differeat.	Signorũ	
Signa		♍	♓		Adde Afcen.	Signa	

Ejuſdem Tabulæ continuatio.

Signa		♈ ♎			Different.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orient.			Subt. deſcen.	Signorũ	
G	M	G	'	"	"	M	G
20	0	22	13	28		0	10
	10	22	12	11	77	50	
	20	22	10	54	77	40	
	30	22	9	36	78	30	
	40	22	8	17	79	20	
	50	22	6	58	79	10	
21	0	22	5	38	80	0	9
	10	22	4	17	81	50	
	20	22	2	56	81	40	
	30	22	1	34	82	30	
	40	22	0	12	82	20	
	50	21	58	49	83	10	
22	0	21	57	25	84	0	8
	10	21	56	1	84	50	
	20	21	54	36	85	40	
	30	21	53	10	86	30	
	40	21	52	44	86	20	
	50	21	50	17	87	10	
23	0	21	48	50	87	0	7
	10	21	47	22	88	50	
	20	21	45	53	89	40	
	30	21	44	23	91	30	
	40	21	42	53	90	20	
	50	21	41	22	91	10	
24	0	21	39	51	91	0	6
	10	21	38	19	92	50	
	20	21	36	46	93	40	
	30	21	35	13	93	30	
	40	21	33	39	94	20	
	50	21	32	4	95	10	
25	0	21	30	29	95	0	5
G	M	G	'	"	"	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus			Adde Aſcen.	Signorũ	
Signa		♍ ♓			Different.	Signa	

Signa		♈ ♎			Different.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orient.			Subt. deſcen.	Signorũ	
G	M	G	'	"	"	M	G
22	30	21	30	29		0	5
	10	21	28	53	96	50	
	20	21	27	17	96	40	
	30	21	25	40	97	30	
	40	21	24	2	98	20	
	50	21	22	24	98	10	
26	0	21	20	45	99	0	4
	10	21	19	6	99	50	
	20	21	17	26	100	40	
	30	21	15	45	101	30	
	50	21	14	4	101	20	
	40	21	12	22	102	10	
27	0	21	10	39	103	0	3
	10	21	8	56	103	50	
	20	21	7	12	104	40	
	30	21	5	27	105	30	
	40	21	3	42	105	20	
	50	21	1	56	106	10	
28	0	21	0	9	107	0	2
	10	20	58	22	108	50	
	20	20	56	34	108	40	
	30	20	54	46	109	30	
	40	20	52	57	109	20	
	50	20	51	8	110	10	
29	0	20	49	18	111	0	1
	10	20	47	27	111	50	
	20	20	45	35	112	40	
	30	20	43	43	112	30	
	40	20	41	50	113	20	
	50	20	39	57	113	20	
30	0	20	38	3	114	0	0
G	M	G	'	"	"	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus			Adde Aſcen.	Signorũ	
Signa		♍ ♓			Different.	Signa	

Digitized by Google

Ejusdem Tabulæ continuatio.

Signa	♉ ♏			Differ.	Signa	
Signorū	Angulus Orient. Occid.			subt. descen.	Signorū	
G	M	G	′	″	″	M	G
0	0	20	38	3		0	30
	10	20	36	9	114	50	
	20	20	34	14	115	40	
	30	20	32	18	116	30	
	40	20	30	22	116	20	
	50	20	28	25	117	10	
1	0	20	26	27	118	0	29
	10	20	24	29	118	50	
	20	20	22	30	119	40	
	30	20	20	30	120	30	
	40	20	18	30	120	20	
	50	20	16	29	121	10	
2	0	20	14	28	121	0	28
	10	20	12	26	122	50	
	20	20	10	23	123	40	
	30	20	8	20	123	30	
	50	20	6	16	124	30	
	40	20	4	11	125	10	
3	0	20	2	6	125	0	27
	10	20	0	0	126	50	
	20	19	57	54	126	40	
	30	19	55	47	127	30	
	40	19	53	40	127	20	
	50	19	51	32	128	10	
4	0	19	49	23	129	0	26
	10	19	47	14	129	50	
	20	19	45	4	130	40	
	30	19	42	53	131	30	
	40	19	40	42	131	20	
	50	19	38	30	132	10	
5	0	19	36	17	133	0	25
G	M	G	′	″	″	M	G
Signorū	Angulus Orient. Occid.			Adde Ascen.	Signorū	
Signa	♌ ♒			Differ.	Signa	

Signa	♉ ♏			Differ.	Signa	
Signorū	Angulus Orient. Occid.			Subt. Desce.	Signorū	
G	M	G	′	″	″	M	G
5	0	19	36	17		0	25
	10	19	34	4	133	50	
	20	19	31	50	134	40	
	30	19	29	36	134	30	
	40	19	27	21	135	20	
	50	19	25	6	135	10	
6	0	19	22	50	136	0	24
	10	19	20	33	137	50	
	20	19	18	16	137	40	
	30	11	15	58	138	30	
	40	19	13	39	139	20	
	50	19	11	20	139	10	
7	0	19	9	0	140	0	23
	10	19	6	39	141	50	
	20	19	3	18	141	40	
	30	19	1	57	141	30	
	40	18	59	35	142	20	
	50	18	57	12	143	10	
8	0	18	54	48	144	0	22
	10	18	52	24	144	50	
	20	18	49	59	145	40	
	30	18	47	34	145	30	
	40	18	45	8	146	20	
	50	18	42	42	146	10	
9	0	18	40	15	147	0	21
	10	18	37	47	148	50	
	20	18	35	19	148	40	
	30	18	32	50	149	30	
	40	18	30	21	149	20	
	50	18	27	51	150	10	
10	0	18	25	20	151	0	20
G	M	G	′	″	″	M	G
Signorū	Angulus Orient. Occid.			Adde Ascen.	Signorū	
Signa	♌ ♒			Differ.	Signa	

Ejuſdem Tabulæ continuatio.

Signa	♉ ♏				Differentia	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orient.			Subt. deſcen.	Signorũ	
G	M	G	′	″	″	M	G
10	0	18	25	20		0	20
	10	18	22	49	151	50	
	20	18	20	17	152	40	
	30	18	17	44	153	30	
	40	18	15	11	153	20	
	50	18	12	37	154	10	
11	0	18	10	3	154	0	19
	10	18	7	28	155	50	
	20	18	4	53	155	40	
	30	18	2	17	156	30	
	40	17	59	41	156	20	
	50	17	57	4	157	10	
12	0	17	54	26	158	0	18
	10	17	51	48	158	50	
	20	17	49	9	159	40	
	30	17	46	29	160	30	
	40	17	43	49	160	20	
	50	17	41	8	161	10	
13	0	17	38	27	161	0	17
	10	17	35	45	162	50	
	20	17	33	2	163	40	
	30	17	30	19	163	30	
	40	17	27	35	164	20	
	50	17	24	51	164	10	
14	0	17	22	6	165	0	16
	10	17	19	21	165	50	
	20	17	16	35	166	40	
	30	17	13	48	167	30	
	40	17	11	1	167	20	
	50	17	8	13	168	10	
15	0	17	5	25	168	0	15
G	M	G	′	″	″	M	G
Signorũ		Angulus Orient. Occid.			Adde Aſcen.	Signorũ	
Signa	♌ ♒				Differentia	Signa	

Signa	♉ ♏				Differentia	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orient.			Subt. Deſcẽ.	Signorũ	
G	M	G	′	″	″	M	G
15	0	17	5	25		0	15
	10	17	2	36	169	50	
	20	16	59	47	169	40	
	30	16	56	57	170	30	
	40	16	54	7	170	20	
	50	16	51	16	171	10	
16	0	16	48	24	172	0	14
	10	16	45	32	172	50	
	20	16	42	39	173	40	
	30	16	39	46	173	30	
	40	16	36	52	174	20	
	50	16	33	58	174	10	
17	0	16	31	3	175	0	13
	10	16	28	7	176	50	
	20	16	25	11	177	40	
	30	16	22	14	177	30	
	40	16	19	17	177	20	
	50	16	16	19	178	10	
18	0	16	13	20	179	0	12
	10	16	10	21	179	50	
	20	16	7	21	180	40	
	30	16	4	21	180	30	
	40	16	1	20	181	20	
	50	15	58	19	181	10	
19	0	15	55	17	182	0	11
	10	15	52	15	182	50	
	20	15	49	12	183	40	
	30	15	46	8	184	30	
	40	15	43	4	184	20	
	50	15	39	59	185	10	
20	0	15	36	54	185	0	10
G	M	G	′	″	″	M	G
Signorũ		Angulus Orient. Occid.			Adde Aſcen.	Signorũ	
Signa	♌ ♒				Differentia	Signa	

Digitized by Google

Ejusdem Tabulæ continuatio.

Signa	♉	♏		Differ.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orien.		Subt. Defcẽ.	Signorũ	
G	M	G	' "	' "	M	G
20	0	15	36 34		0	10
	10	15	33 49	185	50	
	20	15	30 43	186	40	
	30	15	27 36	187	30	
	40	15	24 29	187	20	
	50	15	21 21	188	10	
21	0	15	18 13	188	0	9
	10	15	15 4	189	50	
	20	15	11 55	189	40	
	30	15	8 45	190	30	
	40	15	5 35	190	20	
	50	15	2 24	191	10	
22	0	14	59 12	192	0	8
	10	14	56 0	192	50	
	20	14	52 48	193	40	
	30	14	49 35	194	30	
	40	14	46 21	194	20	
	50	14	43 6	195	10	
23	0	14	39 51	195	0	7
	10	14	36 45	196	50	
	20	14	33 29	196	40	
	30	14	30 3	196	30	
	40	14	26 46	197	20	
	50	14	23 29	197	10	
24	0	14	20 11	198	0	6
	10	14	16 53	198	50	
	20	14	13 34	199	40	
	30	14	10 14	200	30	
	40	14	6 54	200	20	
	50	14	3 54	201	10	
25	0	14	0 13	201	0	5
G	M	G	' "	"	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus		Differ.	Signorũ	
Signa	♌	♒		Adde Afcen.	Signa	

Signa	♉	♏		Differ.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orient.		Subt. Defcẽ.	Signorũ	
G	M	G	' "	' "	M	G
25	0	14	0 13		0	5
	10	13	56 52	202	50	
	20	13	53 30	202	40	
	30	13	50 8	203	30	
	40	13	46 46	203	20	
	50	13	43 22	203	10	
26	0	13	39 59	204	0	4
	10	13	36 34	204	50	
	20	13	33 10	205	40	
	30	13	29 44	206	30	
	40	13	26 18	206	20	
	50	13	22 51	207	10	
27	0	13	19 24	207	0	3
	10	13	15 56	208	50	
	20	13	12 28	208	40	
	30	13	8 59	209	30	
	40	13	5 30	209	20	
	50	13	2 0	210	10	
28	0	12	58 30	210	0	2
	10	12	55 0	210	50	
	20	12	51 29	211	40	
	30	12	47 58	211	30	
	40	12	44 26	212	20	
	50	12	40 54	212	10	
29	0	12	37 21	213	0	1
	10	12	33 48	213	50	
	20	12	30 15	213	40	
	30	12	26 41	214	30	
	40	12	23 7	214	20	
	50	12	19 32	215	10	
30	0	12	15 57	215	0	0
G	M	G	' "	"	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus		Differ.	Signorũ	
Signa	♌	♒		Adde Afcen.	Signa	

Ejusdem Tabulæ continuatio.

Signa		♊ ♐			Diffe rent.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orient.			Subt. descen.	Signorũ	
G	M	G	′	″	′ ″	M	G
0	0	12	15	57		0	30
	10	12	12	21	216	50	
	20	12	8	45	216	40	
	30	12	5	8	217	30	
	40	12	1	30	218	20	
	50	11	57	52	218	10	
1	0	11	54	14	218	0	29
	10	11	50	35	219	50	
	20	11	46	56	219	40	
	30	11	43	16	220	30	
	40	11	39	36	220	20	
	50	11	35	56	220	10	
2	0	11	32	15	221	0	28
	10	11	28	34	221	50	
	20	11	24	52	222	40	
	30	11	21	10	222	30	
	40	11	17	27	223	20	
	50	11	13	44	223	10	
3	0	11	10	0	224	0	27
	10	11	6	16	224	50	
	20	11	2	32	225	40	
	30	10	58	47	225	30	
	40	10	55	2	225	20	
	50	10	51	16	226	10	
4	0	10	47	30	226	0	26
	10	10	43	44	226	50	
	20	10	39	57	227	40	
	30	10	36	10	227	30	
	40	10	32	22	228	20	
	50	10	28	34	228	10	
5	0	10	24	45	229	0	25
G	M	G	′	″	′ ″	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus			Adde Ascen.	Signorũ	
Signa		♋ ♑			Diffe rent.	Signa	

Signa		♊ ♐			Diffe rent.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orient.			Subt. descen	Signorũ	
G	M	G	′	″	′ ″	M	G
5	0	10	24	45		0	25
	10	10	20	56	229	50	
	20	10	17	7	229	40	
	30	10	13	17	230	30	
	40	10	9	27	230	20	
	50	10	5	36	231	10	
6	0	10	1	45	231	0	24
	10	9	57	54	231	50	
	20	9	54	2	232	40	
	30	9	50	10	232	30	
	40	9	46	18	232	20	
	50	9	42	25	233	10	
7	0	9	38	32	233	0	23
	10	9	34	38	234	50	
	20	9	30	44	234	40	
	30	9	26	50	234	30	
	40	9	22	55	235	20	
	50	9	19	0	235	10	
8	0	9	15	5	235	0	22
	10	9	11	9	236	50	
	20	9	7	13	236	40	
	30	9	3	16	237	30	
	40	8	59	19	237	20	
	50	8	55	22	237	10	
9	0	8	51	24	238	0	21
	10	8	47	26	238	50	
	20	8	43	28	238	40	
	30	8	39	29	239	30	
	40	8	35	30	239	20	
	50	8	31	31	239	10	
10	0	8	27	31	240	0	20
G	M	G	′	″	′ ″	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus			Adde Ascen.	Signorũ	
Signa		♋ ♑			Diffe rent.	Signa	

Ejusdem Tabulæ continuatio.

Signa		♊ ♐	Differ.	Signa	
Signorū		Angulus Occid. Orient.	Subt. descen.	Signorū	
G	M	G ′ ″	″	M	G
10	0	8 27 31		30	20
	10	8 23 31	240	50	
	20	8 19 31	240	40	
	30	8 15 30	241	30	
	40	8 11 29	241	20	
	50	8 7 28	241	10	
11	0	8 3 26	242	0	19
	10	7 59 24	242	50	
	20	7 55 22	242	40	
	30	7 51 19	243	30	
	40	7 47 16	243	20	
	50	7 43 13	243	10	
12	0	7 39 9	244	0	18
	10	7 35 5	244	50	
	20	7 31 1	244	40	
	30	7 26 57	244	30	
	40	7 22 52	245	20	
	50	7 18 47	245	10	
13	0	7 14 42	245	0	17
	10	7 10 36	246	50	
	20	7 6 30	246	40	
	30	7 2 24	246	30	
	40	6 58 18	246	20	
	50	6 54 11	247	10	
14	0	6 50 4	247	0	16
	10	6 46 7	247	50	
	20	6 41 49	248	40	
	30	6 37 41	248	30	
	40	6 33 33	248	20	
	50	6 29 24	249	10	
15	0	6 25 15	249	0	15
G	M	G ′ ″	″	M	G
Signorū		Orient. Occid. Angulus	Differ.	Signorū	
Signa		♋ ♑	Adde Ascen.	Signa	

Signa		♊ ♐	Differ.	Signa	
Signorū		Angulus Occid. Orient.	Subt. descen.	Signorū	
G	M	G ′ ″	″	M	G
15	0	6 25 15		0	15
	10	6 21 6	249	50	
	20	6 16 57	249	40	
	30	6 12 47	250	30	
	40	6 8 37	250	20	
	50	6 4 27	250	10	
16	0	6 0 17	250	0	14
	10	5 56 7	250	50	
	20	5 51 56	251	40	
	30	5 47 45	251	30	
	40	5 43 34	251	20	
	50	5 39 23	251	10	
17	0	5 35 11	252	0	13
	10	5 30 59	252	50	
	20	5 26 47	252	40	
	30	5 22 35	252	30	
	40	5 18 23	252	20	
	50	5 14 10	253	10	
18	0	5 9 57	253	0	12
	10	5 5 44	253	50	
	20	5 1 31	253	40	
	30	4 57 17	254	30	
	40	4 53 3	254	20	
	50	4 48 49	254	10	
19	0	4 44 35	254	0	11
	10	4 40 20	255	50	
	20	4 36 5	255	40	
	30	4 31 50	255	30	
	40	4 27 35	255	20	
	50	4 23 20	255	10	
20	0	4 19 5	256	0	10
G	M	G ′ ″	″	M	G
Signorū		Orient. Occid. Angulus	Differ.	Signorū	
Signa		♋ ♑	Adde Ascē.	Signa	

Ejusdem Tabulæ continuatio.

Signa		♊ ♐			Diffe rent.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orient.			Subt. descen.	Signorũ	
G	M	G	'	"	"	M	G
20	0	4	19	51		0	10
	10	4	14	49	256	50	
	20	4	10	33	256	40	
	30	4	6	17	256	30	
	40	4	2	1	256	20	
	50	3	57	45	256	10	
21	0	3	53	29	257	0	9
	10	3	49	12	257	50	
	20	3	44	55	257	40	
	30	3	40	38	257	30	
	40	3	36	21	257	20	
	50	3	32	4	257	10	
22	0	3	27	47	257	0	8
	10	3	23	30	258	50	
	20	3	19	12	258	40	
	30	3	14	54	258	30	
	40	3	10	36	258	20	
	50	3	6	18	258	10	
23	0	3	2	0	258	0	7
	10	2	57	42	258	50	
	20	2	53	24	259	40	
	30	2	49	5	259	30	
	40	2	44	46	259	20	
	50	2	40	27	259	10	
24	0	2	36	8	259	0	6
	10	2	31	49	259	50	
	20	2	27	30	259	40	
	30	2	23	11	259	30	
	40	2	18	52	259	20	
	50	2	14	33	260	10	
25	0	2	10	13	260	0	5
G	M	G	'	"	"	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus			Diffe rent.	Signorũ	
Signa		♋ ♑			Adde Ascen.	Signa	

Signa		♊ ♐			Diffe rent.	Signa	
Signorũ		Angulus Occid. Orient.			Subt. descen.	Signorũ	
G	M	G	'	"	"	M	G
25	0	2	10	13		0	5
	10	2	5	53	260	50	
	20	2	1	33	259	40	
	30	1	57	14	260	30	
	40	1	52	54	260	20	
	50	1	48	34	260	10	
26	0	1	44	14	260	0	4
	10	1	39	54	260	50	
	20	1	35	34	260	40	
	30	1	31	14	261	30	
	40	1	26	53	260	20	
	50	1	22	33	260	10	
27	0	1	18	13	260	0	3
	10	1	13	53	261	50	
	20	1	9	32	260	40	
	30	1	5	12	261	30	
	40	1	0	51	260	20	
	50	0	56	31	261	10	
28	0	0	52	10	261	0	2
	10	0	47	49	261	50	
	20	0	43	28	260	40	
	30	0	39	8	260	30	
	40	0	34	48	261	20	
	50	0	30	27	261	10	
29	0	0	26	6	261	0	1
	10	0	21	45	261	50	
	20	0	17	24	261	40	
	30	0	13	3	261	30	
	40	0	8	42	261	20	
	50	0	4	21	261	10	
30	0	0	0	0	261	0	0
G	M	G	'	"	"	M	G
Signorũ		Orient. Occid. Angulus			Diffe rent.	Signorũ	
Signa		♋ ♑			Adde Ascen.	Signa	

Digitized by Google

Tabulæ Caſſinianæ pro Eclipſibus Lunæ ab Editore adjectæ.

Tabula II. (Caſſino 28.) Differentiæ inter oppoſitionem, & medium Eclipſis

Latitudo	Inclinatio apparens Orbitæ.							
	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
	84	30	84	25	84	20	84	15
min.	Differentia inter oppoſ. & medium Eclipſis.							
0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	12	0	12	0	12	0	12
4	0	23	0	23	0	24	0	24
6	0	35	0	35	0	36	0	36
8	0	46	0	47	0	48	0	48
10	0	58	0	58	0	59	1	0
12	1	10	1	10	1	11	1	12
14	1	21	1	22	1	23	1	24
16	1	33	1	34	1	35	1	36
18	1	44	1	46	1	47	1	48
20	1	55	1	57	1	58	2	0
22	2	7	2	9	2	10	2	12
24	2	18	2	20	2	22	2	24
26	2	30	2	32	2	34	2	36
28	2	41	2	44	2	46	2	48
30	2	52	2	55	2	57	3	0
32	3	4	3	7	3	10	3.	12
34	3	15	3	18	3	21	3	24
36	3	27	3	30	3	33	3	36
38	3	38	3	41	3	45	3	48
40	3	50	3	53	3	57	4	0
42	4	2	4	5	4	9	4	12
44	4	14	4	17	4	21	4	24
46	4	25	4	28	4	32	4	36
48	4	37	4	40	4	44	4	48
50	4	48	4	52	4	56	5	1
52	5	0	5	4	5	8	5	13
54	5	11	5	16	5	20	5	25
56	5	22	5	27	5	32	5	37
58	5	34	5	39	5	44	5	49
60	5	45	5	50	5	56	6	1
62	5	57	6	2	6	7	6	13
64	6	8	6	14	6	19	6	25

Differ. eſt Additiva quando inclinatio eſt verſus Ortum: ſubtractiva, quando illa eſt verſus Occaſum.

Digitized by Google

Tabula III. (Cassino 29) Semidurationis Eclipsis totalis Lunæ in umbra Terræ.

Latitudo	Differentia inter Semidiametros umbræ, & Lunæ.						
	G. M. 24 0	G. M. 25 0	G. M. 26 0	G. M. 27 0	G. M. 28 0	G. M. 29 0	G. M. 30 0
min.	Semiduratio Eclipsis totalis in minutis gradus.						
0	24 0	25 0	26 0	27 0	28 0	29 0	30 0
1	23 59	24 59	25 59	26 59	27 59	28 59	29 59
2	23 55	24 55	25 55	26 55	27 56	28 56	29 56
3	23 49	24 49	25 50	26 50	27 50	28 51	29 51
4	23 40	24 41	25 41	26 42	27 43	28 43	29 44
5	23 29	24 30	25 31	26 32	27 33	28 34	29 35
6	23 15	24 16	25 18	26 19	27 21	28 22	29 24
7	22 58	24 0	25 2	26 4	27 6	28 8	29 10
8	22 38	23 41	24 44	25 47	26 49	27 52	28 54
9	22 16	23 20	24 23	25 27	26 30	27 33	28 36
10	21 50	22 55	24 0	25 5	26 9	27 13	28 17
11	21 21	22 28	23 35	24 41	25 46	26 51	27 56
12	20 49	21 57	23 5	24 13	25 19	26 25	27 31
13	20 13	21 23	22 33	23 42	24 50	25 57	27 4
14	19 33	20 45	21 56	23 7	24 16	25 25	26 34
15	18 48	20 3	21 17	22 30	23 41	24 52	26 1
16	17 57	19 15	20 32	21 48	23 2	24 14	25 25
17	17 1	18 23	19 43	21 1	22 18	23 33	24 46
18	15 58	17 26	18 50	20 11	21 30	22 48	24 3
19	14 47	16 21	17 50	19 16	20 38	21 59	23 17
20	13 25	15 7	16 43	18 14	19 41	21 5	22 27
21	11 48	13 43	15 27	17 5	18 38	20 6	21 32
22	9 50	12 4	14 1	15 47	17 27	19 1	20 31
23	7 14	10 4	12 20	14 19	16 7	17 48	19 24
24	2 22	7 24	10 17	12 35	14 37	16 27	18 9
25		2 28	7 33	10 30	12 50	14 54	16 46
26			2 34	7 43	10 42	13 5	15 11
27				2 40	7 52	10 55	13 20
28					2 46	8 2	11 7
29						2 52	8 12
30							2 58
31							
32							

Tabula IV. (Cassino 30.) Semidurationis Eclipsis Lunæ in Minutis, & secundis Gradus.

Latitudo	Summa Semidiametrorum Lunæ, & umbræ terræ.											
	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
	53	0	54	0	55	0	56	0	57	0	58	0
min.	Semiduratio Eclipsis Lunæ in minutis, & secundis gradus.											
	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
0	53	0	54	0	55	0	56	0	57	0	58	0
1	53	0	54	0	55	0	56	0	57	0	57	58
2	52	58	53	58	54	58	55	58	56	58	57	58
3	52	55	53	55	54	55	55	55	56	55	57	55
4	52	51	53	51	54	51	55	51	56	52	57	52
5	52	46	53	46	54	46	55	46	56	47	57	47
6	52	40	53	40	54	40	55	40	56	41	57	41
7	52	33	53	33	54	33	55	34	56	34	57	34
8	52	24	53	25	54	25	55	26	56	26	57	27
9	52	14	53	15	54	16	55	17	56	17	57	18
10	52	3	53	4	54	5	55	6	56	7	57	8
11	51	51	52	52	53	53	54	54	55	56	56	57
12	51	38	52	39	53	40	54	42	55	44	56	45
13	51	23	52	25	53	26	54	28	55	30	56	32
14	51	7	52	9	53	11	54	13	55	15	56	17
15	50	50	51	52	52	54	53	56	54	58	56	0
16	50	32	51	34	52	36	53	38	54	41	55	43
17	50	12	51	15	52	17	53	20	54	22	55	25
18	49	51	50	54	51	57	53	0	54	3	55	6
19	49	29	50	33	51	36	52	40	53	44	54	47
20	49	6	50	11	51	15	52	19	53	23	54	27
21	48	42	49	47	50	52	51	57	53	1	54	6
22	48	16	49	22	50	27	51	33	52	38	53	43
23	47	48	48	55	50	1	51	7	52	13	53	18
24	47	19	48	26	49	33	50	39	51	45	52	51
25	46	48	47	56	49	3	50	10	51	17	52	23
26	46	15	47	24	48	32	49	40	50	47	51	54
27	45	41	46	50	47	59	49	8	50	16	51	24
28	45	5	46	15	47	25	48	34	49	43	50	52
29	44	27	45	38	46	49	47	59	49	9	50	18
30	43	47	45	0	46	12	47	23	48	33	49	43
31	43	5	44	19	45	32	46	45	47	56	49	9
32	42	22	43	36	44	50	46	4	47	16	48	33

Digitized by Google

Tabulæ IV. (Caſſino 30.) continuatio.

Latitudo	Summa Semidiametrorum Lunæ, & umbræ terræ.											
	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
	59	0	60	0	61	0	62	0	63	0	64	0
min.	Semiduratio Eclipſis Lunæ in minutis, & ſecundis gradus.											
	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
0	59	0	60	0	61	0	62	0	63	0	64	0
1	59	0	60	0	61	0	62	0	64	0	64	0
2	58	58	59	58	60	58	61	58	62	58	63	58
3	58	55	59	55	60	55	61	56	62	56	63	56
4	58	52	59	52	60	52	61	53	62	53	63	53
5	58	48	59	48	60	48	61	48	62	49	63	49
6	58	42	59	42	60	42	61	42	62	43	63	43
7	58	35	59	35	60	36	61	36	62	37	63	37
8	58	27	59	28	60	29	61	29	62	30	63	30
9	58	19	59	20	60	20	61	21	62	22	63	22
10	58	9	59	10	60	11	61	12	62	13	63	13
11	57	58	58	59	60	0	61	1	62	2	63	3
12	57	45	58	48	59	49	60	50	61	51	62	52
13	57	33	58	35	59	37	60	38	61	39	62	40
14	57	19	58	21	59	23	60	24	61	26	62	27
15	57	3	58	5	59	7	60	9	61	12	62	14
16	56	46	57	49	58	51	59	53	60	56	61	59
17	56	28	57	31	58	34	59	37	60	40	61	43
18	56	9	57	13	58	16	59	19	60	23	61	26
19	55	50	56	54	57	58	59	1	60	5	61	8
20	55	31	56	35	57	39	58	43	59	47	60	50
21	55	10	56	14	57	19	58	23	59	27	60	30
22	54	48	55	52	56	57	58	1	59	5	60	9
23	54	24	55	28	56	34	57	38	58	42	59	47
24	53	57	55	2	56	8	57	13	58	18	59	23
25	53	29	54	35	55	41	56	47	57	53	58	58
26	53	0	54	7	55	13	56	20	57	26	58	32
27	52	30	53	38	54	45	55	52	56	58	58	5
28	51	59	53	8	54	15	55	22	56	29	57	37
29	51	27	52	36	53	44	54	52	55	59	57	8
30	50	53	52	3	53	12	54	21	55	29	56	37
31	50	17	51	28	52	38	53	48	54	57	56	5
32	49	40	50	51	52	2	53	12	54	22	55	31

Digitized by Google

Tabulæ IV. continuatio.

Latitudo	Summa Semidiametrorum Lunæ, & umbræ Terræ.					
	G. M. 53 0	G. M. 54 0	G. M. 55 0	G. M. 56 0	G. M. 57 0	G. M. 58 0
min.	Semiduratio Eclipsis Lunæ in minutis, & secundis gradus.					
	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
32	42 22	43 36	44 50	46 4	47 16	48 28
33	41 35	42 51	44 6	45 21	46 35	47 48
34	40 47	42 3	43 20	44 37	45 52	47 6
35	39 57	41 14	42 32	43 50	45 7	46 22
36	39 4	40 23	41 42	43 1	44 20	45 36
37	38 8	39 29	40 50	42 10	43 31	44 49
38	37 8	38 32	39 55	41 17	42 39	43 59
39	36 5	37 32	38 57	40 21	41 45	43 6
40	34 59	36 29	37 56	39 23	40 48	42 11
41	33 49	35 21	36 52	38 21	39 48	41 14
42	32 35	34 10	35 44	37 16	38 45	40 13
43	31 16	32 55	34 32	36 7	37 39	39 9
44	29 52	31 35	33 16	34 55	36 30	38 2
45	28 22	30 9	31 55	33 37	35 16	36 52
46	26 43	28 38	30 28	32 15	33 58	35 37
47	24 56	26 59	28 56	30 47	32 35	34 18
48	22 58	25 10	27 16	29 14	31 7	32 54
49	20 45	23 13	25 25	27 32	29 30	31 25
50	18 16	21 0	23 27	25 41	27 48	29 48
51	15 17	18 27	21 12	23 41	25 57	28 4
52	11 28	15 26	18 38	21 24	23 54	26 12
53	5 14	11 36	15 36	18 49	21 37	24 8
54		5 20	11 44	15 45	19 1	21 49
55			5 26	11 52	15 55	19 12
56				5 32	11 59	16 5
57					5 38	12 7
58						5 44
59						
60						
61						
62						
63						
64						

Residuum Tabulæ IV.

Latitudo	Summa Semidiametrorum Lunæ, & Umbræ Terræ.											
	G. 59	M. 0	G. 60	M. 0	G. 61	M. 0	G. 62	M. 0	G. 63	M. 0	G. 64	M. 0
	Semiduratio Eclipsis Lunæ, in minutis, & secundis gradus.											
min.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
32	49	40	50	51	52	2	53	12	54	22	55	31
33	49	1	50	52	51	24	52	36	53	46	54	56
34	48	20	49	32	50	44	51	57	53	9	54	19
35	47	37	48	51	50	4	51	17	52	30	53	41
36	46	52	48	7	49	21	50	36	51	50	53	1
37	46	5	47	22	48	37	49	53	51	8	52	20
38	45	17	46	34	47	51	49	8	50	24	51	37
39	44	27	45	45	47	3	48	21	49	38	50	53
40	43	33	44	54	46	13	47	32	48	50	50	7
41	42	37	44	0	45	21	46	41	48	0	49	19
42	41	39	43	3	44	26	45	47	47	8	48	28
43	40	37	42	4	43	29	44	52	46	14	47	35
44	39	32	41	1	42	28	43	54	45	18	46	40
45	38	25	39	56	41	25	42	55	44	19	45	43
46	37	13	38	47	40	19	41	49	43	17	44	43
47	35	57	37	34	39	9	40	42	42	12	43	40
48	34	38	36	18	37	56	39	31	41	4	42	35
49	33	13	34	58	36	39	38	18	39	53	41	27
50	31	43	33	32	35	18	37	0	38	39	40	15
51	30	5	32	1	33	51	35	37	37	20	38	59
52	28	20	30	22	32	18	34	9	35	56	37	40
53	26	27	28	36	30	39	32	36	34	28	36	16
54	24	21	26	41	28	52	30	56	32	53	34	46
55	22	2	24	35	26	56	29	8	31	13	33	10
56	19	23	22	14	24	48	27	10	29	24	31	29
57	16	15	19	34	22	26	25	2	27	25	29	39
58	12	15	16	24	19	45	22	39	25	15	27	39
59	5	50	12	22	16	33	19	56	22	51	25	28
60			5	56	12	30	16	42	20	7	23	3
61					6	1	12	37	15	51	20	17
62							6	7	12	45	17	0
63									6	13	12	52
64											6	18

Tabula V. (Cassino 31.) quantitatis Digitorum, & Minutorum Eclipsis.

Differ. inter Semidiam. umb. & Lun. ejusq. Latitudin.	Semidiameter Lunæ.								
	M. S. 14 45	M. S. 15 0	M. S. 15 15	M. S. 15 30	M. S. 15 45	M. S. 16 0	M. S. 16 15	M. S. 16 30	M. S. 16 45
	Digiti, & minuta Eclipsis.								
min.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
0	0 6	0 6	0 7	0 7	0 7	0 7	0 7	0 7	0 7
2	0 55	0 54	0 53	0 53	0 52	0 52	0 51	0 51	0 50
4	1 43	1 42	1 41	1 39	1 38	1 37	1 36	1 34	1 33
6	2 32	2 30	2 27	2 25	2 24	2 21	2 20	2 18	2 16
8	3 21	3 18	3 15	3 12	3 9	3 6	3 3	3 1	2 59
10	4 9	4 5	4 2	3 58	3 54	3 51	3 48	3 45	3 42
12	4 58	4 53	4 48	4 44	4 39	4 35	4 31	4 27	4 24
14	5 47	5 41	5 35	5 30	5 25	5 20	5 15	5 11	5 7
16	6 35	6 28	6 22	6 17	6 11	6 5	6 0	5 55	5 50
18	7 24	7 16	7 9	7 3	6 56	6 50	6 44	6 38	6 33
20	8 13	8 4	7 56	7 49	7 42	7 35	7 28	7 22	7 16
22	9 2	8 52	8 43	8 35	8 27	8 19	8 11	8 4	7 58
24	9 51	9 40	9 30	9 21	9 12	9 4	8 56	8 48	8 41
26	10 39	10 27	10 16	10 7	9 58	9 49	9 40	9 32	9 24
28	11 27	11 15	11 3	10 53	10 44	10 34	10 24	10 15	10 6
30	12 15	12 3	11 51	11 40	11 29	11 18	11 8	10 58	10 49
32	13 4	12 51	12 38	12 26	12 14	12 3	11 52	11 41	11 32
34	13 53	13 39	13 25	13 12	13 0	12 48	12 36	12 25	12 15
36	14 41	14 26	14 12	13 58	13 45	13 33	13 21	13 9	12 58
38	15 30	15 14	14 59	14 44	14 31	14 18	14 5	13 52	13 40
40	16 19	16 2	15 45	15 30	15 16	15 2	14 49	14 36	14 23
42	17 7	16 50	16 32	16 16	16 1	15 47	15 33	15 19	15 6
44	17 55	17 37	17 19	17 2	16 47	16 32	16 17	16 2	15 48
46	18 43	18 25	18 7	17 49	17 33	17 17	17 1	16 46	16 31
48	19 32	19 13	18 54	18 36	18 18	18 1	17 45	17 29	17 14
50	20 20	20 0	19 41	19 22	19 4	18 46	18 29	18 12	17 56
52	21 9	20 48	20 28	20 8	19 49	19 31	19 13	18 56	18 39
54	21 58	21 36	21 14	20 54	20 35	20 16	19 57	19 39	19 22
56		22 24	22 1	21 40	21 20	21 0	20 41	20 22	20 5
58				22 27	22 5	21 45	21 25	21 6	20 47
60						22 30	22 10	21 50	21 30
62									22 13
64									22 56

005003035